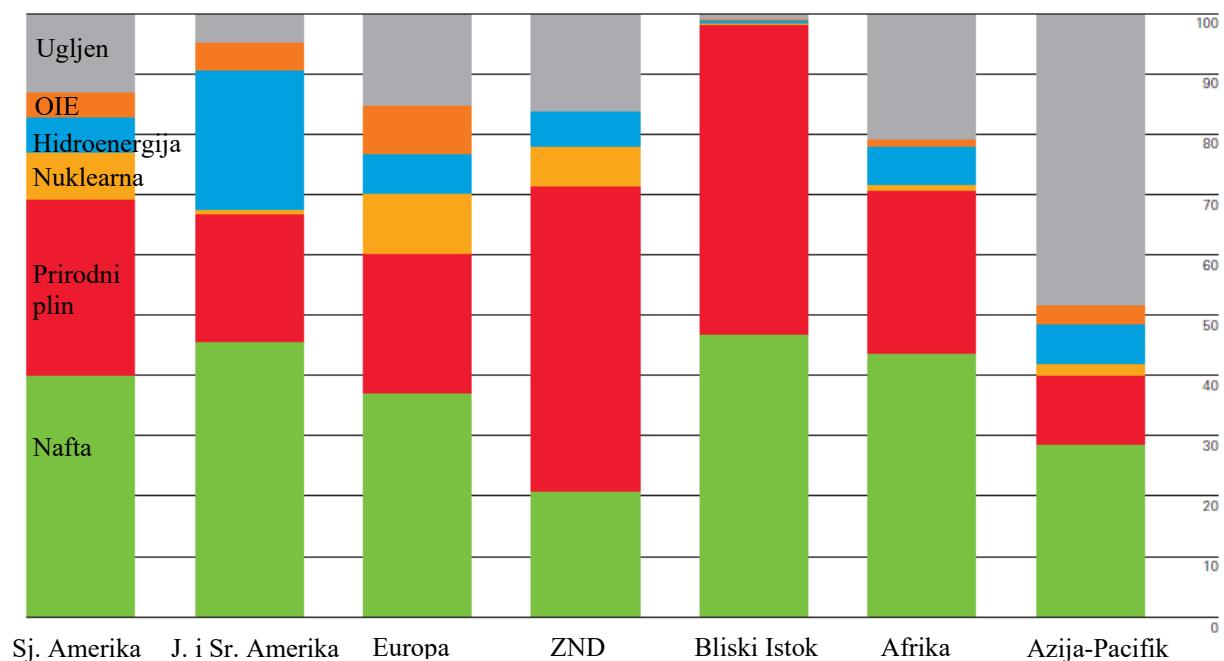


Hidroenergetska postrojenja

Iskorištavanje vodnih potencijala predstavlja pouzdan način proizvodnje električne energije. Raspoloživa razlika visina vodotoka, tj. razlika potencijalne energije, slobodnih površina dvaju jezera i sl. u vodnoj turbini pretvara se u mehanički rad u vidu rotacijskog gibanja koje pokreće elektrogenerator proizvodeći tako električnu energiju.

Pokazatelji iskorištenosti hidropotencijala u Svijetu i Hrvatskoj

Udjeli pojedinih oblika primarne energije po svjetskim regijama prikazani su slikom 1. Hidroenergija je najzastupljenija u Sjevernoj i Južnoj Americi, a nema je uopće na Bliskom Istoku. Raspoloživost hidropotencijala poklapa se područjima koje raspolažu odgovarajućim količinama padalina i velikim riječnim slivovima. Unutar navedenih regija također postoje značajne razlike u raspoloživom i iskorištenom hidropotencijalu među pojedinim državama.



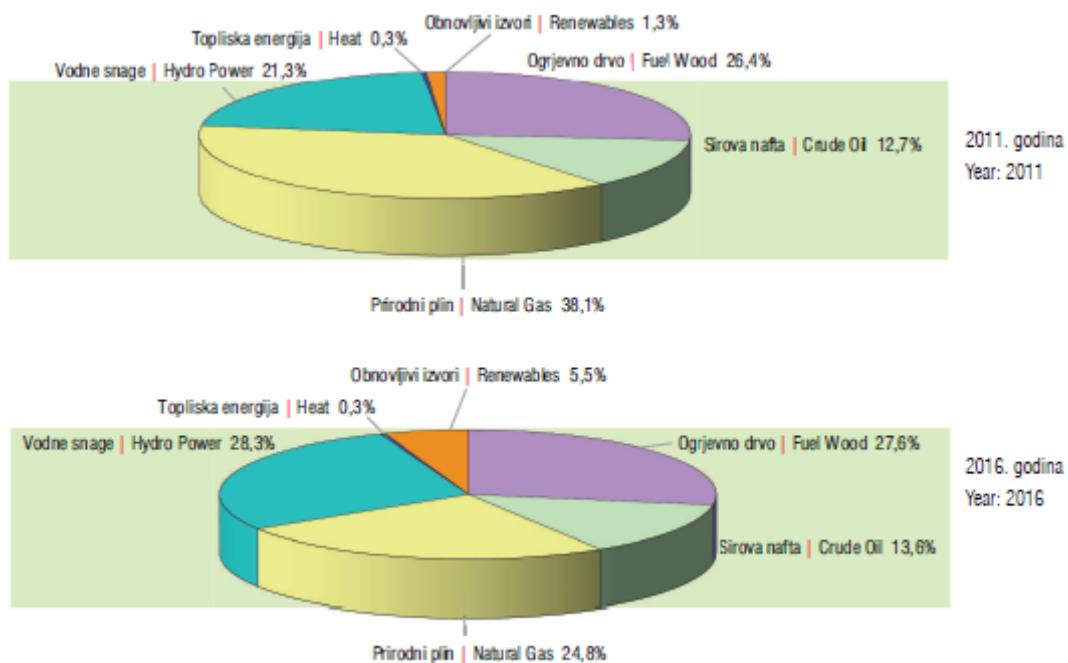
Slika 1. Potrošnja primarne energije po regijama (%) (Izvor: BP Statistical Review of World Energy 2017.) (ZND-Zajednica Neovisnih Država)

U tablici 2. prikazani su podaci o nekoliko država s najvećim instaliranim snagama u hidroelektranama, novoizgrađenim kapacitetima i proizvedenoj električnoj energiji za 2015. godinu. U 2017. U Svijetu je instalirano ukupno 1267GW snage u hidroenergetskim postrojenjima pri čemu je u njima proizvedeno 16,4% ukupno proizvedene električne energije u Svijetu (IHA-International Hydropower Association: Hydropower Status Report 2018.) dok je prema istom izvoru udio svih ostalih obnovljivih izvora 10,1%.

Tablica 2. Države s najvećim instaliranim kapacitetima u hidroelektranama (Izvor EHA, REN 21)

	Ukupna snaga krajem 2015. (GW)	Snaga instalirana u 2015. (GW)	Proizvedeno el. energije (TWh)
Kina	319	19	1126
SAD	102	0,1	250
Brazil	92	2,5	382
Kanada	79	0,7	376
Indija	52	1,9	120
Rusija	51	0,2	160

U Hrvatskoj iskorištavanje hidroenergije zauzima značajno mjesto što je vidljivo na slici 2. gdje je dan njen udio u ukupno proizvedenoj primarnoj energiji. U 2011. to je iznosilo 21,3% a u 2016. udio je povećan na 28,3%. Taj broj ovisi isključivo o raspoloživoj količini vode tj. hidrološkoj situaciji u tekućoj godini



Slika 2. Udio vodnih snaga u ukupno proizvedenoj primarnoj energiji u Hrvatskoj u 2011. I 2016. (Izvor: Energija u Hrvatskoj 2016.)

Tablica 3. Daje još bolji uvid u važnost hidropotencijala u Hrvatskoj. Vidljivo je da je gotovo polovina proizvodnih kapaciteta za proizvodnju električne energije u vlasništvu HEP-a (Hrvatska elektroprivreda) instalirano u hidroelektranama Ako se još pribroje proizvodni objekti koji nisu u vlasništvu HEP-a (vjetroelektrane, fotonaponski sustavi i druga polovina TE Plomin d.o.o.) taj postotak će biti nešto niži.

Tablica 3. Proizvodni kapaciteti za proizvodnju električne energije u Hrvatskoj u vlasništvu HEP grupe (Izvor: Energija u Hrvatskoj 2016.)

Kapaciteti za proizvodnju električne energije Electricity generation capacity	Raspoloživa snaga Available power (MW)	Udio Share (%)	Proizvedena električna energija u 2016. Electricity produced in 2016 (GWh)
Hidroelektrane (HE) Hydro power plants (HPP)	2 198,7	49,4	6 128,3
Termoelektrane (TE) Thermal power plants (TPP)	1 714,0	38,5	1 876,6
TE Plomin d.o.o. (B) TE Plomin Ltd.	192,0	4,3	1 531,3
Ukupno u Republici Hrvatskoj Total in the Republic of Croatia	4 104,7	92,2	9 536,2
Nuklearna elektrana Krsko (NE Krsko) – 50% Nuclear power plant Krsko (NPP Krsko) – 50%	348,0	7,8	2 715,4
UKUPNO TOTAL	4 452,7	100,0	12 251,6

Kao što je prethodno komentirano za sliku 2. i količina proizvedene energije u hidroelektranama ovisna je o hidrološkoj situaciji. Tablica 4. daje podatke o udjelima električne energije u ukupno proizvedenoj i potrošenoj količini električne energije u Hrvatskoj u razdoblju 2011. Do 2016.

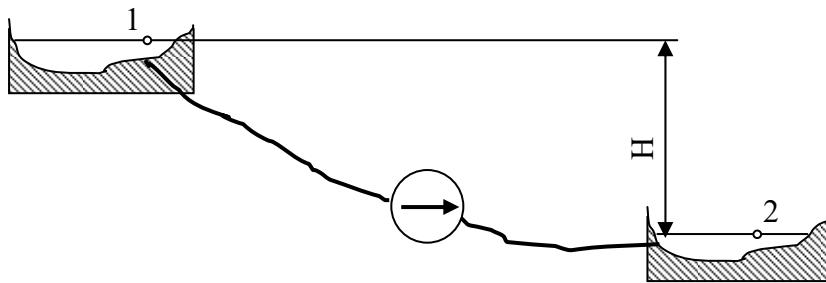
Tablica 4. Ukupno proizvedena i potrošena električna energija u Hrvatskoj s udjelima električne energije proizvedene u hidroelektranama (Izvor: Energija u Hrvatskoj 2016.)

	2011.	2012.	2013.	2014.	2015.	2016.
Proizvodnja, GWh						
ukupna	11372	10755,3	14052,2	13555,8	11402	12818,6
u HE	5161,7	4999,1	8727	9124,3	6555,4	7057,6
Ukupna potrošnja, GWh						
	18527,6	18186,4	17921,6	17506,7	18190,4	18349,5
Udio HE, %						
u proizvodnji	45,4	46,5	62,1	67,4	57,5	55,1
u ukupnoj potrošnji	27,9	27,5	48,6	52,1	36,0	38,5

Iz prethodno iznese podataka vidljivo je da Hrvatska ima vrlo dobro iskorišten hidropotencijal i da je udio proizvedene električne energije i preko 50%. O mogućnosti dodatnog iskorištenja hidropotencijala izgradnjom novih objekata bit će riječi u nastavku.

Turbine-hidraulički strojevi za iskoristavanje potencijalne energije vodotoka

U uvodnoj napomeni ukratko je opisan način pretvorbe potencijalne energije u mehanički rad za pokretanje elektrogeneratora i proizvodnju električne energije. Iskorištenje potencijalne energije u hidroenergetskom postrojenju opisuje se modificiranom Bernoullijevom jednadžbom iz koje se dobiva raspoloživa energija za pretvorbu u mehaničku energiju u vodnoj turbini i postavlja za situaciju shematski prikazanu slikom 3.



Slika 3.

Modificirana Bernoullijeva jednadžba postavljena između točaka 1. i 2. tada glasi:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 - h_t = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \sum h_f + \sum h_{fm} \quad (1)$$

Jednadžba se dalje pojednostavljuje uvođenjem sljedećih činjenica: $p_1 = p_2 = p_a$, $z_2 = 0$, $z_1 = H$, $v_1 = v_2 = 0$ (mirujuće slobodne površine jezera):

$$H - h_t = \sum h_f + \sum h_{fm} \text{ tj.} \quad (2)$$

$$h_t = H - \sum h_f - \sum h_{fm} \quad (2a)$$

Veličina h_t [m] naziva se neto pad turbine i predstavlja raspoloživu energiju za iskorištenje u vodnoj turbini. Iz jednadžbe je vidljivo da se radi o razlici ukupno raspoložive potencijalne energije H [m] (bruto pad) i gubitaka opisanih sljedećim izrazima:

$$\sum h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} - \text{linijski gubici [m]}, \quad (3)$$

$$\sum h_{fm} = \sum_{i=1}^n K_i \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} - \text{lokalni gubici [m]} \quad (4)$$

pri čemu je:

$\lambda = \lambda \left(\text{Re}, \frac{k}{D} \right)$ - koeficijent trenja ovisan o Reynoldsovom broju Re i relativnoj hrapovosti cjevovoda k/D. Ovaj izraz naziva se Darcy-Weisbachov obrazac i služi za računanje linijskih gubitaka nastali zbog trenja tj. viskoziteta fluida [-],

L [m], D [m] i v $\left[\frac{m}{s} \right]$ su redom duljina i promjer cjevovoda, te brzina strujanja u cjevovodu,

$\sum_{i=1}^n K_i$ - zbroj lokalnih gubitaka nastalih strujanjem fluida kroz elemente cjevovoda poput zapornih elemenata (ventili, zasuni i sl.) te lukova, koljena i sl. [-].

Uz modificiranu Bernoullijevu jednadžbu koristi se i jednadžba kontinuiteta koja u vezu dovodi protok Q $\left[\frac{m^3}{s} \right]$ i brzinu v:

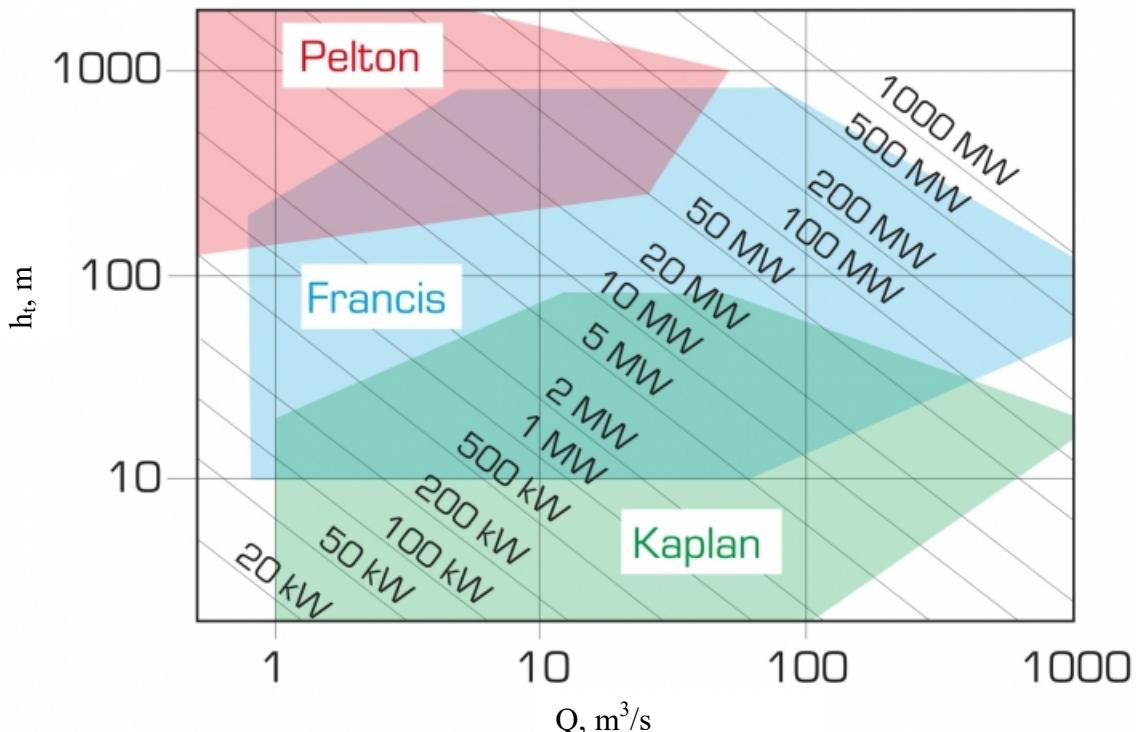
$$Q = v \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \quad (5)$$

Tipovi vodnih turbina

U vodnoj turbi potencijalna i kinetička energije vode se pretvara u mehanički rad u obliku rotacijskog gibanja. Kroz povijest razvijeno je više tipova vodnih turbina raznih karakteristika. Ovdje će se spomenuti tri osnovna tipa turbina:

1. Pelton,
2. Francis i
3. Kaplan.

Svaka od navedenih turbina ima svoje područje primjene, a to prije svega ovisi o raspoloživom neto padu i protoku (slika 4.)



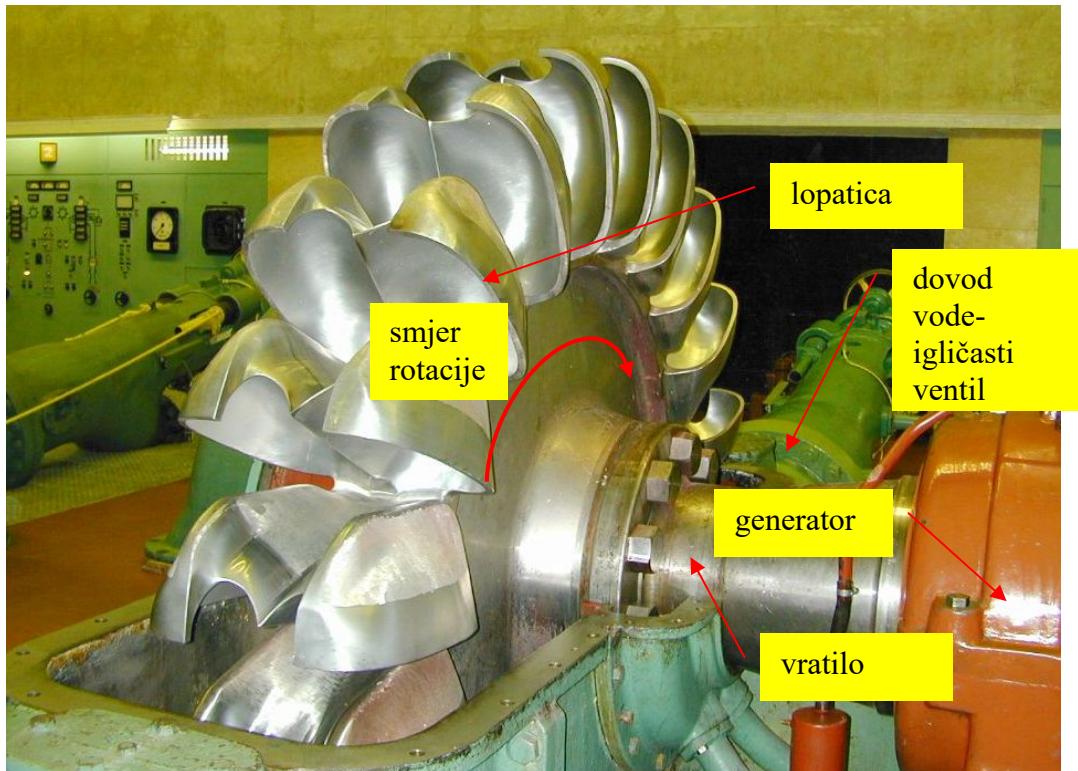
Slika 4. Odabir vodne turbine ovisno o raspoloživom padu i protoku (Izvor: GUNT Hamburg)

Za veliki padove i male protoke koristi se Pelton turbina, za srednje padove i protoke Francis turbina, a za male padove i velike protoke Kaplan turbina. Važno je naglasiti da prethodno spomenute pridjeve: malo, srednje i veliko treba uzeti s oprezom jer posebno kad govorimo o protocima radi se o vrijednostima koje ne susrećemo u svakodnevnom životu. Treba uočiti i mjerilo na koordinatnim osima koje je logaritamsko. Nadalje, uočava se i treća os, os snage (MW). Također, nema oštре granice između područja korištenja pojedinog tipa turbine već postoje preklapanja tj. za određeno područje moguće je odabrati dva tipa turbine. Koje će rješenje od dva moguća biti odabранo stvar je analize svake pojedine situacije. Ovakvi projekti finansijski i tehnički vrlo su zahtjevni te se jedino pomnim i kompetentnim pristupom može postići željeni rezultat. Ova tvrdnja, uostalom, vrijedi za sve velike projekte u energetici, a i ne samo u energetici.

Pelton turbina

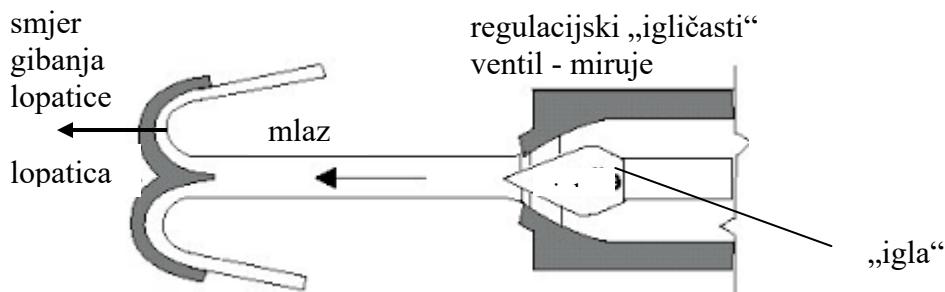
Lester Allan Pelton (Vermillion, Ohio, SAD) je 1879. konstruirao turbinu koja je po njemu dobila ime. Za Pelton turbinu je karakteristično da iskorištava kinetičku energiju mlaza vode pa se još može opisati kao čisto akcijsko kolo (slika 5.). Radno kolo (rotor) Pelton

turbine sastoji se od niza lopatica pričvršćenih po obodu diska. Lopatice su osno simetrične, a na sredini imaju „nož“ koji mlaz dijeli na pola (slika 6.), a sve to zbog poništenja aksijalne sile koja bi inače dodatno opterećivala ležajeve.



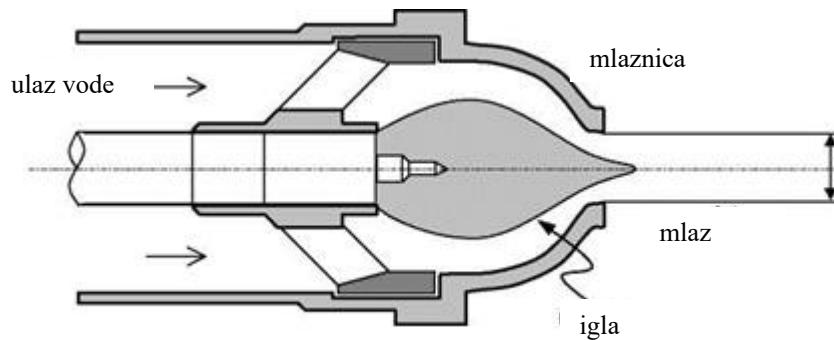
Slika 5. Radno kolo Pelton turbine (izvor: Mechanical Engineering Community)

Okretni moment dobiva se djelovanjem mlaza na lopaticu što rezultira silom koja na određenom kraku u odnosu na os rotacije daje zakretni moment. Nakon što se jedna lopatica dovoljno zakrene isti mlaz dolazi u zahvat s narednom lopaticom. Vrhovi lopatica su zarezani kako lopatica koja izlazi iz zahvata ne bi smetala onoj koja dolazi u zahvat. Voda nakon zahvata s lopaticom odlazi u odvodni kanal a rotor Pelton turbine slobodno rotira u zraku i nije potopljen kao što je to slučaj s ostalim tipovima turbina. Na slici 5. Još nedostaje gornji dio kućišta koji služi zatvaranju prostora u kojem se nalazi rotor. Jedan rotor može imati jedan ili više dovoda vode, ali ne više od šest.



Slika 6. Prikaz gibajuće lopatice zbog djelovanja mlaza i mirujućeg igličastog ventila (izvor: <http://www.microhydropower.net>)

Slika 7. daje detaljniji prikaz igličastog ventila koji ima optimalnu hidrodinamičku formu u smislu pružanja minimalnog otpora strujanju vode. Upravo takva konstrukcija regulacijskog ventila omogućuju elastični rad Pelton turbine. O ovom pojmu bit će riječi u nastavku.



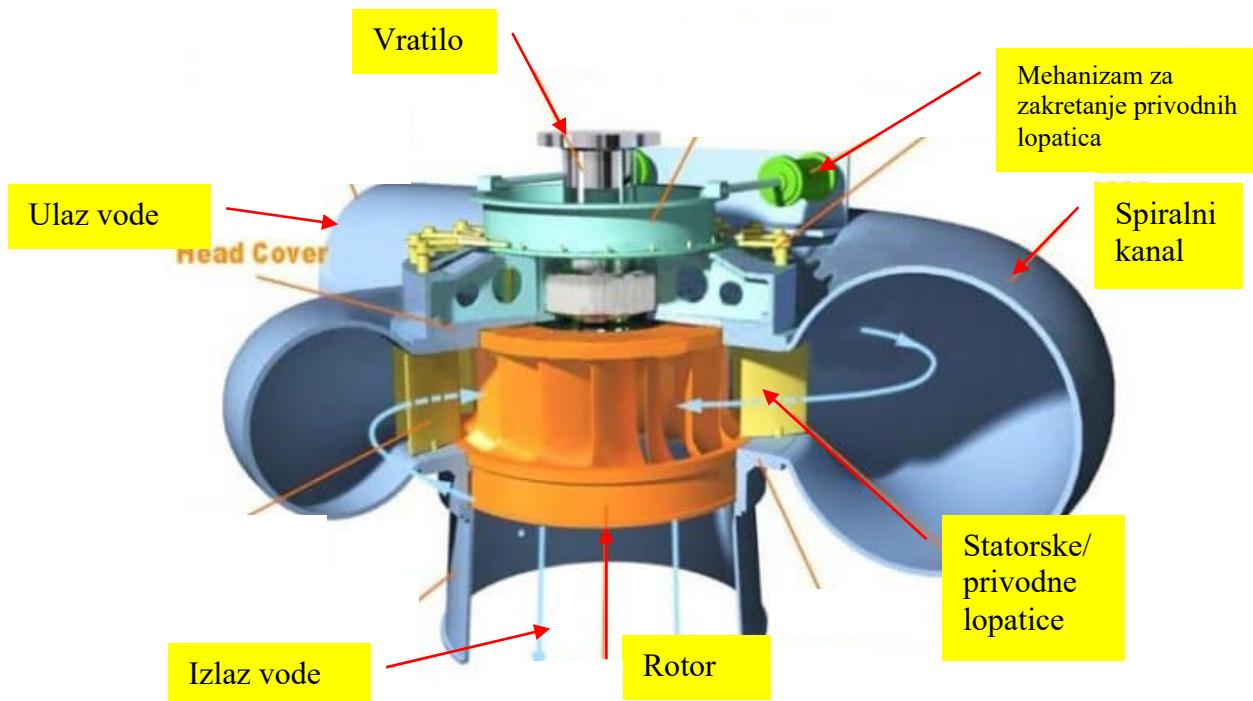
Slika 7. Regulacijski „igličasti“ ventil Pelton turbine (izvor: Solar Energy)

Francis turbina

Ovaj tip turbine razvio je 1849. Godine James Bicheno Francis (Lowellu, Massachusetts, SAD). Njeno područje primjene je za srednje neto padove i srednje protokе. Za razliku od Pelton turbine za vrijeme rada (uključujući i mirovanje) potopljena je vodom. Mehanizam pretvorbe energije događa se kroz promjenu tlaka i kinetičke energije (brzine) u rotoru turbine, pa se još turbine s takvim mehanizmom pretvorbe energije nazivaju i reakcijske. Slikom 8. prikazan je presjek Francis turbine.



Slika 8. Presjek Francis turbine (izvor: Wikipedia)



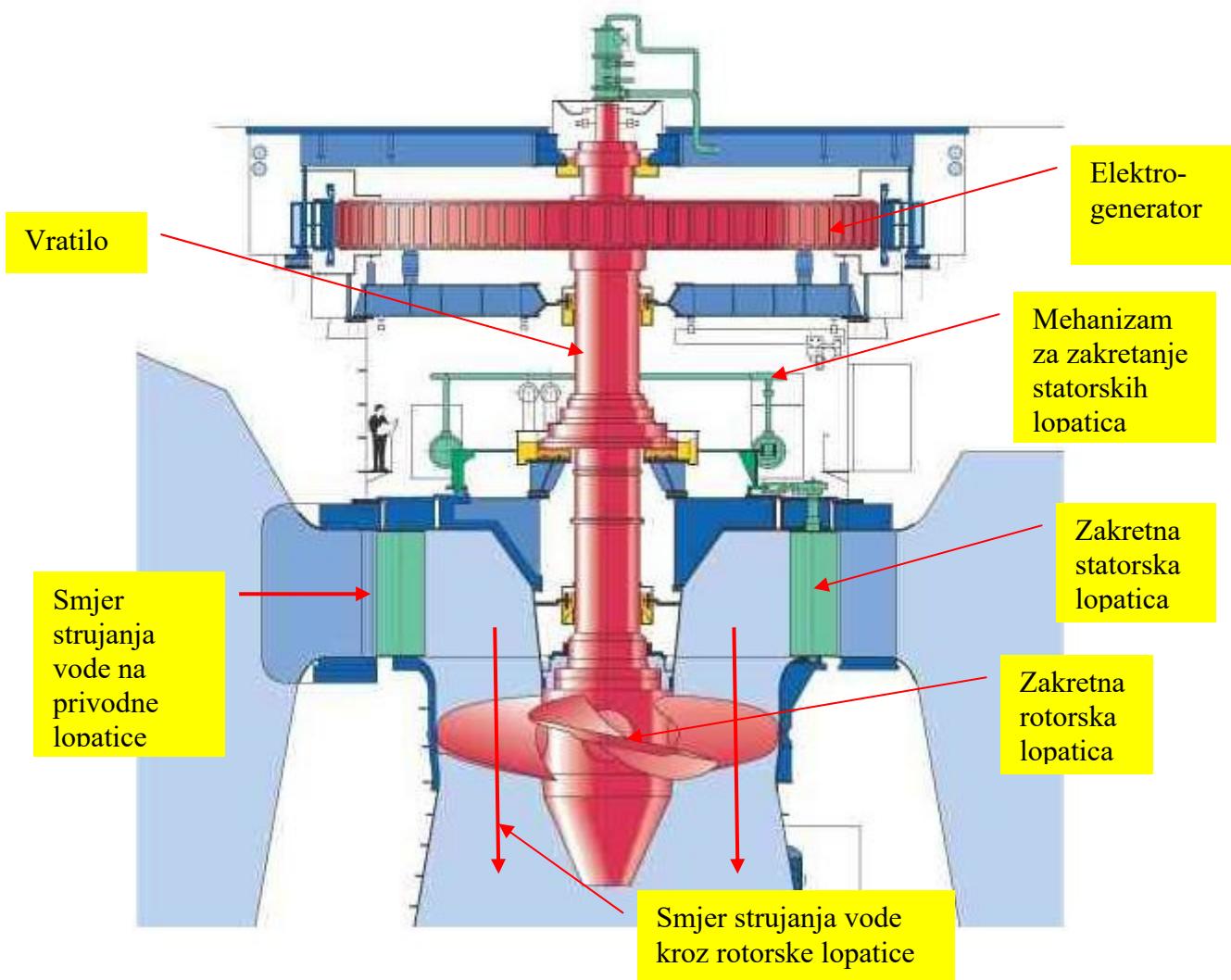
Slika 9. Elementi Francis turbine (izvor: civilarc.com)

Crveno predstavlja rotor turbine s nepomičnim lopaticama, a žuto su prikazane privodne ili statorske lopatice koje se mogu zakretati oko svoje osi. Zakretanjem tih lopatica mijenja se površina presjeka među njima što služi promjeni protoka čime se nadalje regulira snaga turbine. Voda se statorskim lopaticama dovodi radijalno po cijelom opsegu kroz tzv. spiralni kanal (slika 9.) koji po svojoj formi podsjeća na puževu kućicu, a karakteriziran je smanjenjem poprečnog presjeka kako ide prema kraju jer se time zadržava jednakost iznosa brzine kojom voda nastrujava na privodne lopatice. Nakon što voda prođe kroz rotor i preda mu energiju ona izlazi aksijalno iz rotora u odnosu na os rotacije rotora u odvodni kanal koji po svoj formi ima oblik difuzora tj. u smjeru strujanja povećava mu se poprečni presjek. Funkcija difuzora je smanjenje izlazne brzine čime se postiže manji gubitak izlazne kinetičke energije i samim time povišenje učinkovitosti turbine. Slika 11. prikazuje izgled difuzora.

Zakretanjem privodnih lopatica osim protoka mijenja i kut nastrujavanja vode na nepomične rotorske lopatice što nepovoljno utječe na stupanj iskorištenja Francisove turbine pa se može reći da zbog toga ona nije elastičnog pogona. Usprkos tome ovaj tip turbine najzastupljeniji je od svih tipova turbinu koje se danas koriste.

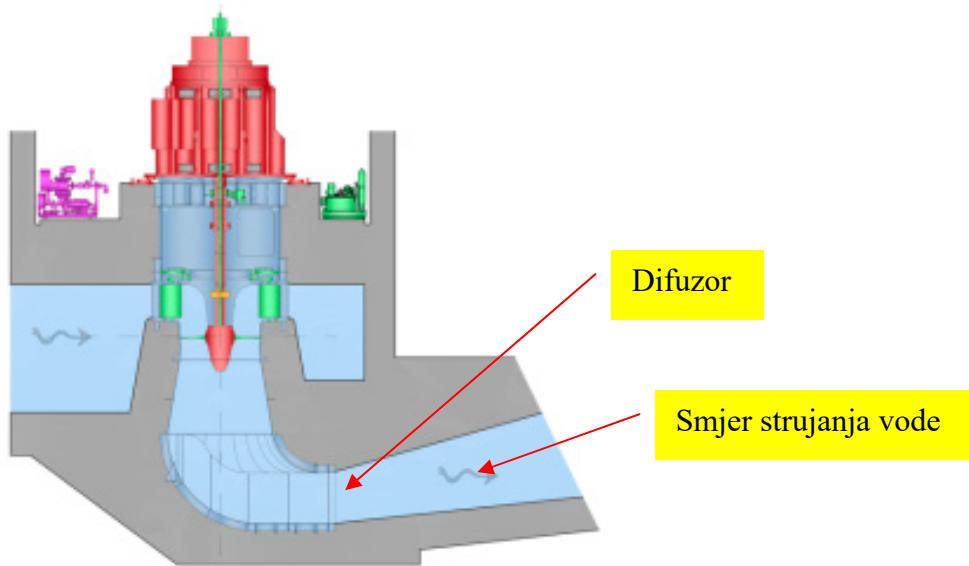
Kaplan turbina

Viktor Kaplan patentirao je 1912. (Brno, danas Česka) vodnu turbinu koja je po njemu dobila ime. Područje primjene Kaplan turbine su veliki protoci i mali neto padovi. Kaplan turbinu ima pokretne privodne tj. statorske lopatice, ali i rotorske lopatice koje se također mogu zakretati čime se kompenzira promjena kuta brzine kojom voda nastrujava na rotorsku lopaticu što ovaj tip turbine čini elastičnom u pogonu. Pretvorba energije događa se kao i kod Francis turbine promjenom kinetičke energije i tlaka. Kaplan turbinu je čisti aksijalni stroj jer je smjer ulaska i izlaska vode paralelan s osi rotacije rotora (slika 10.).



Slika 10. Presjek Kaplan turbine s glavnim konstrukcijskim karakteristikama (izvor: Bright Hub Engineering)

Kaplan turbina obično je vertikalno montirana kako sila težine ne bi savojno opterećivala vratilo, što bi bio slučaj kod horizontalne montaže. Na isti način mogu se montirati i Pelton i Francis turbine. Kaplan turbina poput Francis turbine ima dovod vode privodnim lopaticama kroz spiralni kanal, a nakon što voda „propadne“ vertikalno kroz rotor i tako mu preda energiju izlazi kroz difuzor (slika 11.) u niži spremnik (more, jezero ili rijeka).



Slika 11. Presjek strujnog kanala s difuzorom (izvor: Mavel)

Radne karakteristike vodnih turbina

Rad vodnih turbina opisuje se radnim karakteristikama što proizlazi iz činjenice da one mogu raditi u određenom intervalu protoka jer je već u prethodnom tekstu naglašeno da se s ciljem regulacije snage vodne turbine na razne načine može mijenjati protok. Nisu samo vodne turbine strojevi čiji se rad opisuje karakteristikama, to vrijedi npr. i za motore s unutarnjim izgaranjem, elektromotore, te ostale hidrauličke strojeve; pumpe i ventilatore.

Što podrazumijevamo pod pojmom radnih karakteristika? To su funkcijeske ovisnosti između relevantnih fizikalnih veličina bitnih za praktičnu primjenu strojeva čiji rad opisuju. Konkretno za vodne turbine to su funkcijeske ovisnosti $h_t = h_t(Q)$, $P = P(Q)$ i $\eta = \eta(Q)$, redom ovisnosti neto pada, snage i stupnja iskorištenja turbine o protoku koje se mogu prikazati polinomima drugog stupnja kao slijedi:

$$\{h_t\}_m = a \cdot \left\{Q^2\right\}_{\frac{m^3}{s}} + b \cdot \left\{Q\right\}_{\frac{m^3}{s}} + c, \quad a < 0 \quad (6)$$

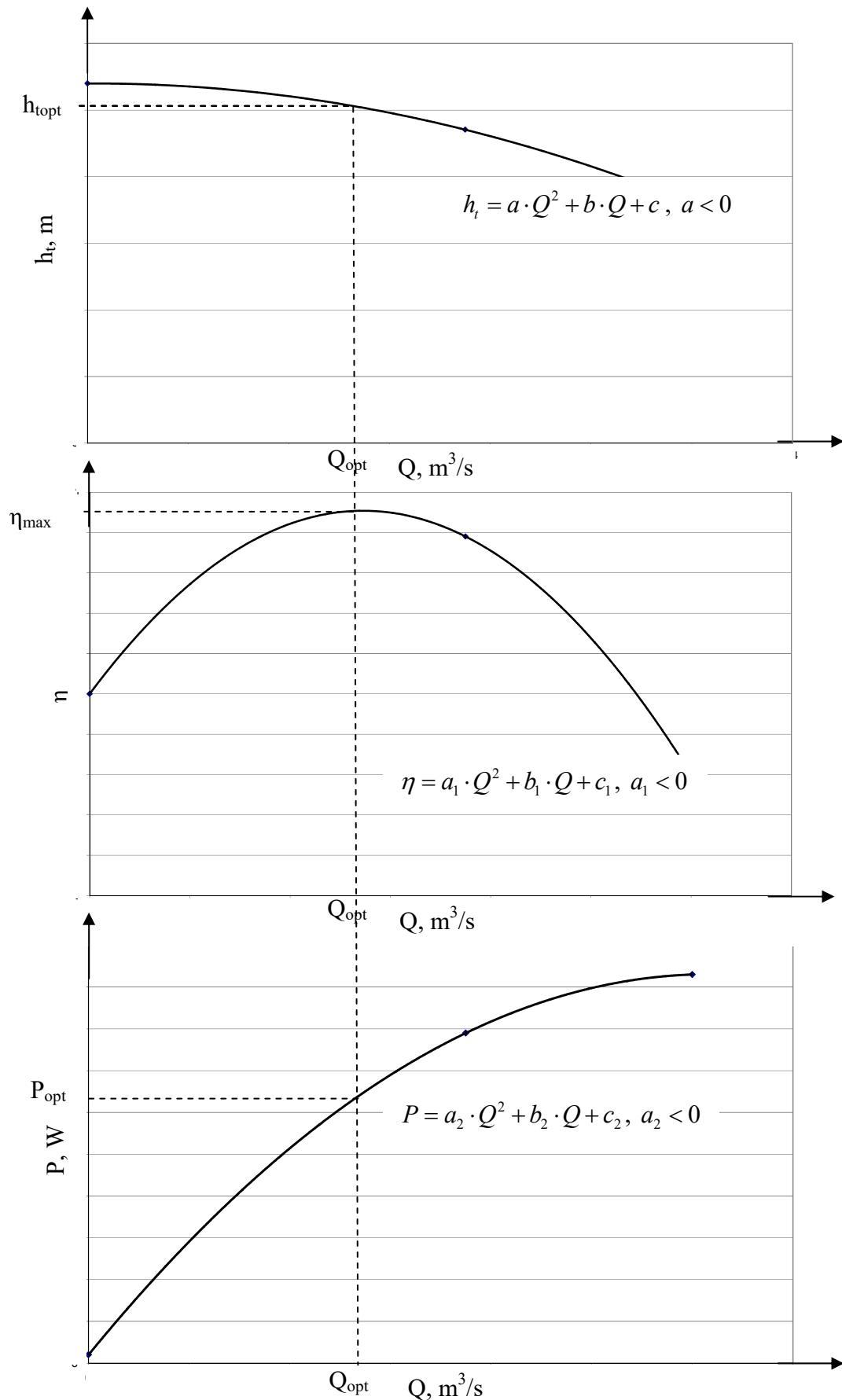
$$\{P_t\}_{kW} = a_2 \cdot \left\{Q^2\right\}_{\frac{m^3}{s}} + b_2 \cdot \left\{Q\right\}_{\frac{m^3}{s}} + c_2, \quad a_2 < 0 \quad (7)$$

$$\eta = a_1 \cdot \left\{Q^2\right\}_{\frac{m^3}{s}} + b_1 \cdot \left\{Q\right\}_{\frac{m^3}{s}} + c_1, \quad a_1 < 0 \quad (8)$$

Zapisi sa vitičastim zagradama su uobičajeni kako ne bi došlo do zabune sa uvršatavanjem jedinica i jedinicama dobivenih rezultata. Moguće su i druge jedinice poput litara/s, MW i %.

Nadalje, sve navedene parabole su one koje imaju maksimum što se vidi iz negativnih vrijednosti koeficijenata koji se nalaze uz članove Q^2 . Ovakve parabole izravna su posljedica samog fizikalnog procesa pretvorbe energije u turbini.

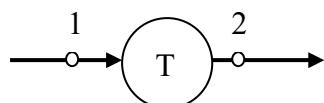
Iako se ove jednadžbe koriste u rješavanju zadatka, inženjerskom razmišljanju i pristupu svojstven je grafički prikaz i grafičko rješavanje problema. Gornji izrazi predviđeni su u odgovarajućim dijagramima na slici 12. Koje još nazivamo i h_t-Q , $P-Q$ i $\eta-Q$ karakteristikama.



Slika 12. Radne karakteristike vodnih turbin

Koefficijenti navedeni u gornjim jednadžbama uz kvadratne i linearne članovi te oni slobodni dobivaju se eksperimentalno u laboratoriju mjerjenjima. Obzirom da su turbine mahom strojevi vrlo velikih gabarita često se ispituje model turbine koji je napravljen u manjem mjerilu nego prava turbina. Tako dobiveni rezultati preslikavaju se na turbinu stvarne veličine što se još naziva i prototip. Teorijska podloga za ovakav pristup nalazi se u teoriji sličnosti. Tako se ispituju i drugi objekti velikih dimenzija poput aviona, brodova, automobila itd.

Za dobivanje karakteristika mjere se protok Q , neto pad h_t izražen kao razlika statičkih i dinamičkih (kinetička energija) tlakova i razlika geodetski visina prema sljedećem modelu (slika 13.) i modificiranoj Bernoullijevoj jednadžbi između točaka 1 i 2.



Slika 13. Točke u kojima se mjere veličine potrebne za mjerjenje neto pada turbine

MBJ 1-2:

$$|h_t| = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + z_2 - z_1 \quad (9)$$

Uz pretpostavku da su linijski i lokalni gubici zanemarivi, a u stvarnosti strujni gubici očitovat će se u razlici tlakova. Nadalje uz pretpostavku $v_1=v_2$ i " $z_1 \approx z_2$ " izraz 9 prelazi u oblik:

$$|h_t| = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} \quad (9a)$$

Pa se mjerjenje neto pada svodi na mjerjenje razlike tlakova između točaka 1 i 2. U izrazu je ta vrijednost u znaku absolutne vrijednosti jer je $p_2 < p_1$, a neto pad je energija koja se odvodi turbini.

Treća veličina koja se mjeri je okretni moment na vratilu turbine koji pomnožen s kutnom brzinom vrtnje ω daje snagu P :

$$P = M \cdot \omega \quad [W] \quad (10)$$

Unošenjem parova vrijednosti (Q, h_t) i (Q, P) u odgovarajuće dijagrame i provlačenjem parabole kroz te točke dobiju se odgovarajući h_t -Q, P-Q dijagrami ili karakteristike s odgovarajućim jednadžbama s određenim koeficijentima koji su u izrazima (6) i (7) prikazani općim brojevima.

η -Q karakteristika dobiva se kao kombinacija ove dvije na temelju definicijskog izraza za iskoristivost:

$$\eta = \frac{P}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot h_t} \quad (11)$$

Gdje je $P(W)$ snaga izmjerena na vratilu turbine, a nazivnik predstavlja snagu vode koja je predana turbini na temelju izmijerenog protoka Q i neto pada h_t prema izrazu (9a). U konkretnom slučaju kada je poznata h_t -Q karakteristiku raspoloživo neto pad određivat ćemo iz izraza (1) odn. izraza (2a). Na isti način unošenjem parova vrijednosti (Q, η) u odgovarajući dijagram i provlačenjem parabole kroz te točke dobije se odgovarajući η -Q dijagram ili karakteristika s odgovarajućom jednadžbom s određenim koeficijentima koji je izrazu (8) prikazan općim brojevima.

Važno je napomenuti da su karakteristike prikazane slikom 12. kvalitativne naravi te se za različite tipove turbinu one mogu razlikovati. Na temelju poznatih karakteristika moguće je uvrštavanjem bilo koje vrijednosti protoka doći do odgovarajućih vrijednosti neto pada, snage i iskoristivosti.

Radna točka

Radna točka je uređeni par vrijednosti protoka i neto pada koji se nalaze na odgovarajućoj $h_t\text{-}Q$ karakteristici ili jednostavnije rečeno točka u kojoj turbina radi u određenim uvjetima. Koji su to određeni uvjeti? Kako je turbina tek jedan dio cijelog sustava, ona će se u svom radu morati zadovoljiti modificiranu Bernoullijevu jednadžbu (1). Stoga se uvijek rad turbine dovodi u vezu s karakteristikom cjevovoda. Jednadžba (2a) može uz određene pretpostavke napisati u obliku:

$$-h_t = -H + R \cdot Q^2 \quad (12)$$

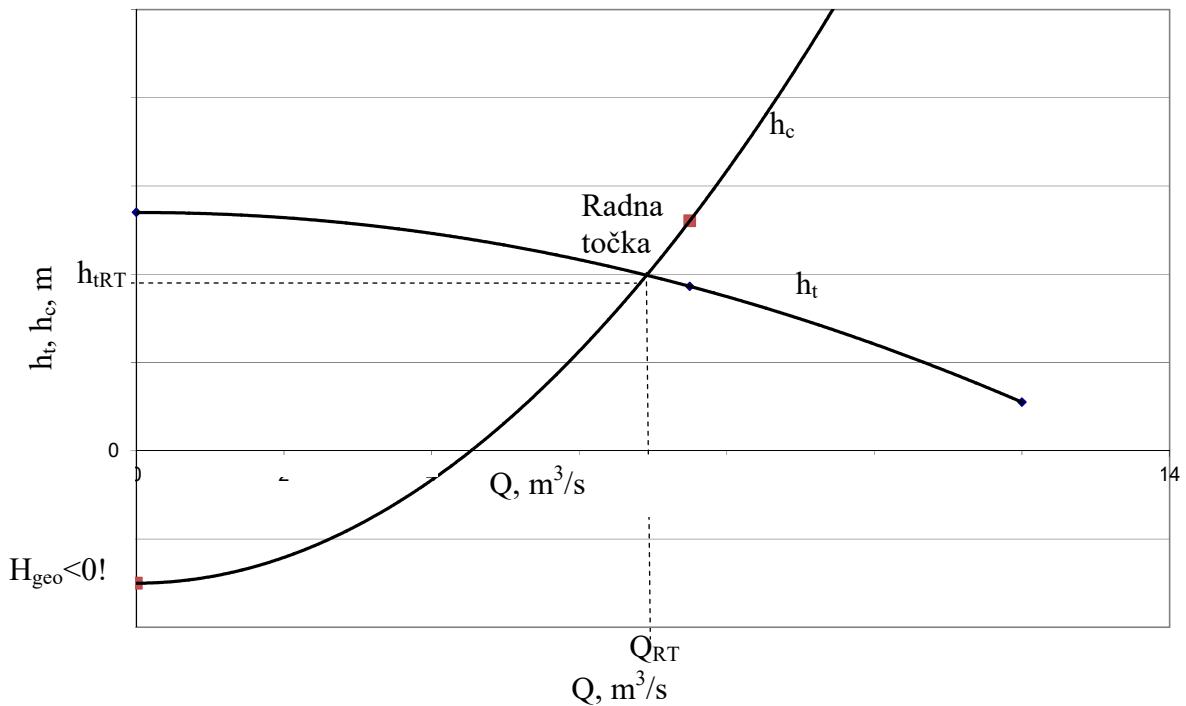
Ljeva strana jednadžba odnosi na turbinu odnosno na prethodno opisanu $h_t\text{-}Q$, a desna strana odnosi se na cjevovod pa desnu stranu jednakosti možemo napisati u obliku:

$$\{h_c\}_m = H_{geo} + R \cdot \left\{ \frac{Q^2}{s} \right\}_{m^3} \quad (13)$$

Taj oblik nazivamo karakteristikom cjevovoda. H_{geo} i Q veličine opisane u prethodnom tekstu (uobičajena je još H označavati s H_{geo}). R (m^{-5}s^2) predstavlja rezultirajući otpor cjevovoda, po analogiji s otporom pri protjecanju električne struje tj. Ohmovim zakonom. Otpor R sastoji se od članova linijskih i lokalnih gubitaka i to $\lambda \frac{\ell}{D}$ i $\sum_{i=1}^n K_i$ i to bez brzine. Uz dovoljno točnu pretpostavku da je $\lambda = \text{konst.}$ ostaje mogućnost promjene otpora R preko drugog člana koji zbraja koeficijente lokalnih gubitaka među kojima se nalaze i elementi za regulaciju protoka. Promjenom otpora R parabola mijenja postaje manje ili više strma. Time je karakteristika cjevovoda (13) prikazana kao funkcija protoka Q jednadžbom kontinuiteta (5) povezan s brzinom. To omogućuje odvojeno promatranje $h_t\text{-}Q$ karakteristike turbine i $h_c\text{-}Q$ karakteristike cjevovoda. Sjedište ove dvije parabole predstavlja uvjet radne točke koji je grafički predočen slikom 14.:

$$-h_t = h_c \quad (14)$$

Izjednačavanjem tih dviju funkcija i rješavanjem jednadžbe dobiva se vrijednost protoka i neto pada u radnoj točki. Promjenom otpora cjevovoda na prije opisani način mijenja se i položaj radne točke tj. režim rada turbine. Uvrštavanjem istog protoka u ostale karakteristike (7) i (8) dobivaju se i vrijednosti iskorištenja i snage u toj radnoj točki.



Slika 14. Radna točka turbine kao sjecište karakteristika turbine i cjevovoda

Kao posebni slučaj izraza (14) može se navesti pojam slobodnog pretakanja ili istjecanja kada u cjevovodu ne bi bilo turbine tj. kada je $h_t=0$ što uvrštavanjem u izraz (13) daje:

$$H_{geo} = R \cdot \left\{ Q^2 \right\}_{\frac{m^3}{s}} \quad (13a)$$

Ovaj izraz može poslužiti za određivanje otpora cjevovoda R .

Optimalna radna točka

U razmatranju rada vodnih turbina važna je radna točka u kojoj je najpovoljniji omjer dobivene i uložene energije (snage) odn. brojnika i nazivnika iz definicijskog izraza (11). Promatrajući η -Q karakteristiku to je točka u kojoj ta funkcija ima maksimum tj. u toj točki je iskoristivost $\eta=\eta_{max}$ i tu točku nazivamo optimalnom radnom točkom. Za vrijeme pogona bilo bi poželjno da turbinu radi u toj točki ali je to rijetko kada moguće postići jer se rad svakog proizvodnog postrojenja treba promatrati u kontekstu sustava koji ima svoje zakonitosti.

Općenito se može reći da je uz pojam optimalne točke važan i izgled η -Q karakteristike tj. koliko je ona strma prema i od maksimuma. Ako se nagib tangente na krivulju polako mijenja prema i od maksimuma govorimo o elastičnoj krivulji jer se odmicanjem od optimalne radne točke u smjeru većih ili manjih protoka relativno malo gubi na iskoristivosti. Takva elastična krivulja posljedica je konstrukcijskih karakteristika turbine, kod Pelton turbine igličastog regulacijskog ventila, a kod Kaplan turbine zakretnih rotorskih lopatica. Nasuprot tome, Francis turbina nije elastične u pogonu zbog fiksnih rotorskih lopatica te će u relativnom uskom intervalu izgubiti dosta na iskorištenju.

Matematički uvjet za određivanje optimalne točke jest:

$$\frac{d\eta}{dQ} = \frac{d}{dQ} (a_1 \cdot Q^2 + b_1 \cdot Q + c_1) = 2 \cdot a_1 \cdot Q + b_1 = 0 \quad (15)$$

Pa je optimalni protok Q_{opt} :

$$Q_{opt} = -\frac{b_1}{2 \cdot a_1}, \quad a_1 < 0 \quad (15a)$$

Uvrštavanjem ove vrijednosti u poznate karakteristike dobivaju se odgovarajuće vrijednosti neto pada i snage te maksimalne iskoristivosti.