

FLUIDI

Općenito o fluidima

Fluidi su sustavi velikog broja materijalnih točaka koje se pod utjecajem vanjskih sila, a također i u manjoj mjeri pod utjecajem međusobnih sila, drže na okupu u ograničenom dijelu prostora.

Za razliku od krutih tijela, koja su također sustavi velikog broja materijalnih točaka koje ne mijenjaju međusobne relativne položaje, fluidi se odlikuju velikom gibljivošću i relativno lakim mijenjanjem oblika tj. relativnih položaja jednoga dijela fluida u odnosu na ostale. Zbog toga kažemo da fluidi nemaju određeni oblik, odnosno da imaju oblik posude u kojoj se nalaze. Čvrste stijene posude tu imaju ulogu vanjske sile. No vanjska sila, koja fluid drži na okupu, može biti i gravitacijska sila, kao što je to primjer Zemljina zračnog omotača. Postoje dvije vrste fluida: tekućine i plinovi. Razlika između njih je jedino u jakosti sila između čestica. U plinova je ta sila gotovo zanemariva, a u tekućina je ta sila dovoljno jaka da one mogu tvoriti slobodnu površinu. Zaista, voda ulivena u posudu ima s gornje strane vlastitu površinu, koja nastaje međudjelovanjem molekula vode. Iz istog razloga tekućine možemo vidjeti i u obliku kapljica. Plinovi nemaju to svojstvo. Voda i zrak su najbolji primjeri tekućine i plinova.

Pojam čestice fluida

Da bismo ustanovili mehaniku fluida, najprije moramo ustanoviti osnovnu jedinicu fluida—to je ono što miruje ili se giba pod utjecajem sila. Razumije se da je, barem načelno, dovoljno znati Newtonovu mehaniku materijalne čestice i

i primijeniti ju na sustav čestica. No, ako imamo jako velik broj pojedinačnih čestica u nekom sustavu, recimo jedan mol, onda je rješavanje Newtonovih jednadžbi gibanja nemoguć posao, čak i za najjača računala koja današnji svijet ima. No, kad bi to i nekako bilo moguće, recimo izumom kvantnih računala i milijardu milijardi puta većim kapacitetima čvrstih diskova nego što ih danas imamo, podatci o gibanju svake pojedine čestice ne bi bili posebno zanimljivi niti bi nas nečemu posebnom naučili. Ono što nas naročito zanima je **kolektivno ponašanje većeg broja čestica**, odnosno zanimaju nas **makroskopska svojstva sustava**. Današnje poimanje "makroskopičnosti" spušta se na prostorne razmjere jednog nanometra. Naprimjer, u kuglicu polumjera jednog *nm* možemo smjestiti nekoliko tisuća molekula vode, pa se već i to može smatrati "makroskopskim" sustavom. Dakle, na razmjerima jednog mikrometra, što je običnom ljudskom oku nevidljivo, imamo makroskopske sustave. Jedan takav makroskopski sustav, premda samo zamišljeni, uzet ćemo za određenje **fluidne čestice (čestice fluida)**. Jasno je da u određenom vremenskom intervalu, koji se može mjeriti mikrosekundama, određen broj pojedinačnih čestica uđe u našu zamišljenu fluidnu česticu, a isto tako određen broj pojedinačnih čestica iz nje izađe. No, mi smatramo da je naša zamišljena fluidna čestica sastavljena od tako velikog broja pojedinačnih čestica da se kolebanja njezine mase, zbog spomenutih ulazaka i izlazaka, mogu zanemariti, odnosno da je **masa fluidne čestice konstantna**.

Isto tako je jasno da fluidna čestica djeluje sa svojom okolinom **preko svoje površine**, koja nema, odnosno ne mora imati, stalan oblik.

Fluidna čestica

- 1) je makroskopski objekt malih prostornih dimenzija u usporedbi s dimenzijama fluida kao cjeline.
- 2) ima stalnu masu
- 3) djeluje sa svojom okolinom preko svoje površine

Svojstvo 1) znači da možemo definirati gustoću čestice.

Svojstvo 2) znači zakon očuvanja mase, što ćemo kasnije uobličiti u **jednadžbu kontinuiteta**

Svojstvo 3) znači da ćemo uvesti novu fizičku veličinu koja se zove **tlak**.

Gustoća čestice

Gustoću određujemo kao omjer mase i obujma čestice.

Smatramo da je fluidna čestica dovoljno velika tako da je njezinu gustoću moguće dobro odrediti jednostavno kao omjer

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\Delta m}{\Delta V(\vec{r}, t)}$$

Ovdje smo naznačili moguću ovisnost gustoće i obujma fluidne čestice o mjestu gdje se čestica nalazi (možemo govoriti o središtu mase) i trenutku kada se nalazi. Mi ćemo se najčešće baviti s fluidima stalne gustoće, tzv. nestlačivim fluidima, ali ćemo morati spomenuti i fluide kojima se gustoća može mijenjati u ovisnosti o nekoj drugoj veličini. Naprimjer, gustoća zraka u Zemljinoj atmosferi ovisi o visini iznad Zemljine površine, temperaturi,...

Nepromjenljivost mase fluidne čestice

To znači jednostavno da vrijedi jednačina

$$\frac{d \Delta m}{d t} = 0$$

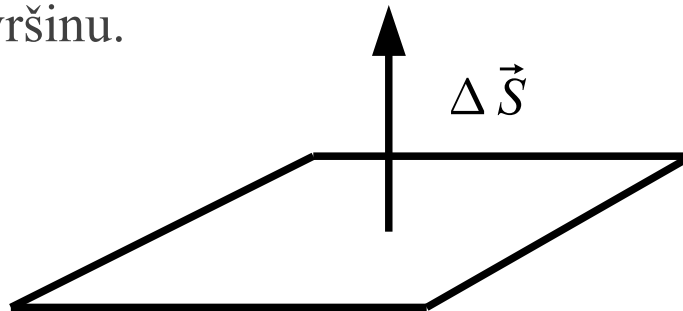
Ova jednostavna jednačina se može izraziti s pomoću gustoće i **brzine** fluidne čestice, što će nam dati **jednačinu kontinuiteta**.

Tlak

Silu na fluidnu česticu ne možemo prikazati kao što smo prikazivali djelovanje sile na kruto tijelo, tj. kao silu koja djeluje u jednoj točki tijela kojeg smo zvali hvatištem. Fluidna čestica nije kruto tijelo, pa je djelovanje vanjske sile na nju razmjerno površini fluidne čestice, na koju površinu sila djeluje. Imamo dakle jednostavan odnos

$$\Delta \vec{F} = p(\vec{r}, t) \Delta \vec{S}$$

Veličina p zove se **tlak**. Ovdje smo uveli pojam usmjerene površine. Naime, to je vektor iznosa jednakim površini i smjera okomito na tu površinu.



To smo tako definirali zato što je jasno da na određenu površinu možemo djelovati jedino ako idemo okomito na nju (možete li otvoriti vrata ako djelujete tangencijalno na njihovu površinu ?) Sada još moramo reći nešto o orijentaciji vektora površine. Možemo izabrati da je površina fluidne čestice orijentirana od središta čestice prema van. Tada će vanjska sila na česticu biti upravo suprotno orijentirana, pa možemo postaviti jednadžbu

$$\Delta \vec{F}_v = -p(\vec{r}, t) \Delta \vec{S}$$

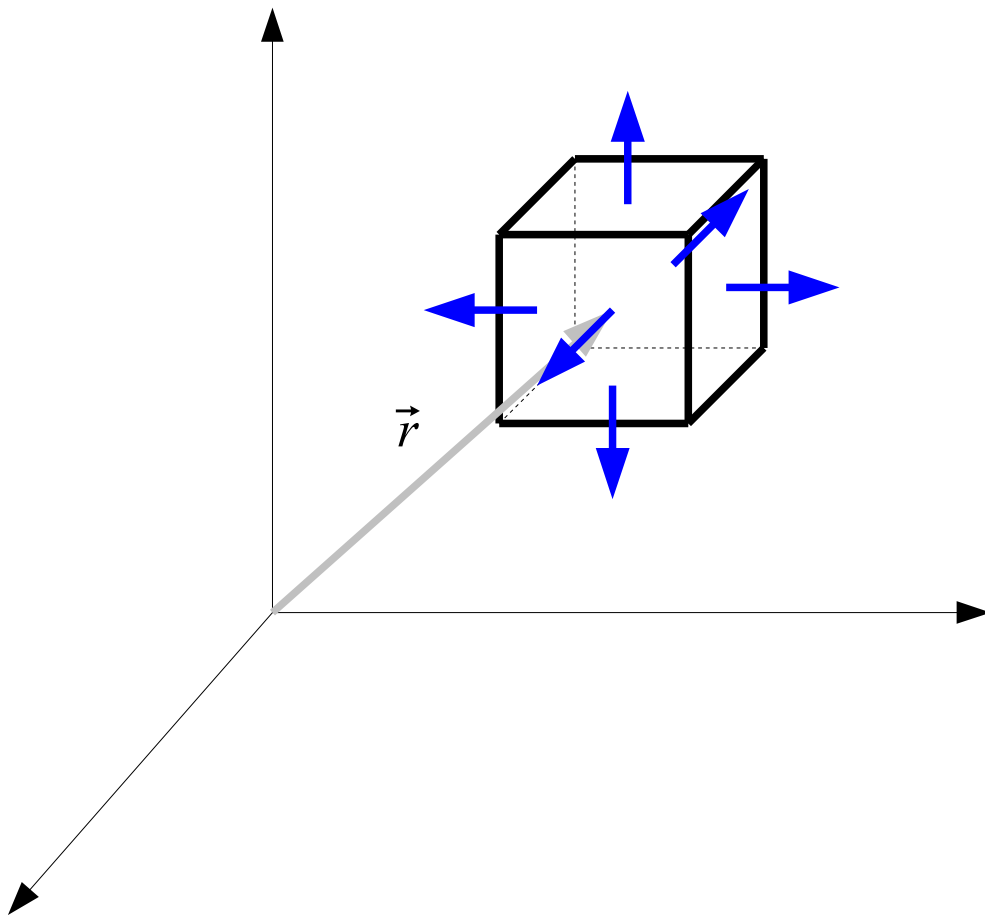
gdje je tlak **pozitivna skalarna veličina**. Ova vanjska sila dolazi od okolnih fluidnih čestica, jer fluid smatramo neprekidnim. Naravno da mogu postojati i druge vanjske sile, prije sviju težina čestice.

STATIKA FLUIDA

Kad smo definirali fizičke veličine primjerene fluidima --gustoća, tlak, obujam i površina—možemo prijeći na opis statike fluida. Zakon statike fluidne čestice upravo je isti kao i za bilo koju drugu materijalnu česticu, a taj je:

Zbroj sviju vanjskih sila na česticu mora biti jednak 0.

Najprije ćemo izračunati ukupnu vanjsku silu koja dolazi od okolnih čestica. Za tu svrhu zamislimo fluidnu česticu u obliku kocke stranice a . Kocka ima šest stranica, šest površina preko kojih djeluje sa svojom okolinom.



Ukupna je sila koja dolazi od okolnih čestica zbroj šest sila

$$\Delta \vec{F}_{okoline} = -p \left(\vec{r} + \frac{a}{2} \vec{i} \right) a^2 \vec{i} + p \left(\vec{r} - \frac{a}{2} \vec{i} \right) a^2 \vec{j} + p \left(\vec{r} - \frac{a}{2} \vec{i} \right) a^2 \vec{i} -$$

$$- p \left(\vec{r} + \frac{a}{2} \vec{j} \right) a^2 \vec{j} - p \left(\vec{r} + \frac{a}{2} \vec{k} \right) a^2 \vec{k} + p \left(\vec{r} - \frac{a}{2} \vec{k} \right) a^2 \vec{k}$$

Budući da je stranica kocke mala veličina, iskoristit ćemo izraz

$$p(\vec{r} + \vec{\epsilon}) = p(\vec{r}) + \vec{\epsilon} \cdot \vec{\nabla} p(\vec{r})$$

Dobivamo

$$\Delta \vec{F}_{okoline} = -a^3 \vec{\nabla} p(\vec{r}) = -\Delta V \vec{\nabla} p(\vec{r})$$

Sila od okolnih čestica jednaka je umnošku obujma promatrane čestice i negativnog gradijenta tlaka.

Ako nema drugih vanjskih sila, onda se zakon statike fluida svodi na vrlo jednostavan izraz---**tlak u fluidu svugdje ima jednu te istu vrijednost**. Posljedica ovoga je vrlo važna.

Naime, ako na jednom kraju fluida primijenimo određeni tlak onda će se taj isti tlak pojaviti svugdje drugdje u fluidu:

To je **Pascalov zakon o transmisiji tlaka u fluidu**.

Možemo reći da se fluidom širi tlak. A tu činjenicu možemo iskoristiti kao **pojačalo sile**. I eto nam hidrauličke dizalice i ostalih primjena hidraulike.

Hidrostatski tlak

U gravitacijskom polju na fluidnu česticu djeluje njezina težina. Ukupna sila i zakon statike su

$$\Delta \vec{F}_{ukupna} = \Delta \vec{G} + \Delta \vec{F}_{okolna} = 0$$

No,

$$\Delta \vec{G} = \Delta m \vec{g} = \rho \Delta V \vec{g}$$

pa za uvjet ravnoteže dobivamo jednadžbu

$$\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p = 0$$

Budući da je gravitacijsko polje Zemlje blizu njezine površine homogeno

$$\vec{g} = -g \vec{k}$$

i ako pretpostavimo da je gustoća fluida konstantna, za tlak dobivamo da ovisi samo o z -koordinati

$$\frac{d p}{d z} = -\rho g \Rightarrow p(z) = p_0 - \rho g z$$

Negativnu z -koordinatu možemo zvati dubinom h , pa slijedi

$$p(h) = p_0 + \rho g h$$

Tlak na dubini h jednak je tlaku na dubini 0 i dodanom tlaku, koji je jednak umnošku gustoće, ubrzanja g i dubine h . Taj se tlak zove **hidrostatski tlak**.

Ako istu jednadžbu primijenimo na stlačive fluide, naprimjer na zračni omotač Zemlje u blizini njezine površine, onda ćemo dobiti tzv. **barometarsku formulu**. Naime, gustoća je zraka razmjerna tlaku—**dakle, nije konstantna**---i vrijedi vrlo približan odnos

$$p = \left(\frac{RT}{M} \right) \rho$$

gdje je R plinska konstanta, T temperatura i M molarna masa zraka. Sada nam prethodna jednadžba dobiva sljedeći oblik

$$\frac{dp}{dz} = - \left(\frac{Mg}{RT} \right) p$$

Ovo je linearna homogena diferencijalna jednadžba prvoga reda. Njezino je rješenje jednako:

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H}}$$

gdje je p_0 tlak na samoj površini Zemlje, a $H = \frac{RT}{Mg}$ je

karakteristična visina na kojoj tlak pada na $1/e$ svoje vrijednosti na površini.

Dobili smo barometarsku formulu. Njezina je primjena ograničena činjenicom da i temperatura ovisi o visini z , da zrak nije statičan itd.

Uzgon. Arhimedov zakon.

Pretpostavimo da smo u fluid uronili nekakvo kruto tijelo. U svako točki toga krutog tijela postoji točno određeni tlak kojim fluid djeluje na tijelo i na određenoj površini daje određenu silu. Budući da tlak ovisi o dubini, tj. raste s dubinom, to će ukupna sila na kruto tijelo od strane fluida biti sigurno usmjerena prema gore jednostavno zato što tijelo ima svoju protežnost u smjeru gore-dolje. To ćemo najlakše shvatiti ako u fluid uronimo tijelo u obliku kocke i to tako da su četiri stranice kocke u smjeru gore-dolje, a preostale dvije u vodoravnom smjeru. Očito će ukupna sila na četiri stranice kocke biti 0, jer se tlak ne mijenja u vodoravnom smjeru. No, dvije vodoravne stranice razlikuju se po tome što je jedna na dubini h , a druga na dubini $h+a$. Hidrostatski tlak na donju stranicu djeluje silom prema gore i ta je sila jednaka

$$F_{donja} = p a^2 = \rho g (h+a) a^2$$

prema gore, a na gornju stranicu kocke djeluje hidrostatski tlak prema dolje i ta je sila jednaka

$$F_{gornja} = \rho g h a^2$$

Ukupna sila na tijelo bit će prema gore jednaka

$$F = F_{donja} - F_{gornja} = \rho g a^3 = \rho g V$$

gdje je V obujam tijela.

Matematički se može dokazati da izvedeni zaključak uopće ne ovisi o obliku tijela, nego samo o dijelu njegova obujma koji je uronjen u fluid. Ta se sila zove **uzgon**, a izvedeni zakon, koji kaže:

Tijelo uronjeno u tekućinu gubi prividno na svojoj težini onoliko kolika je težina njime istisnute tekućine

poznat je kao Arhimedov zakon.

Naravno, uzgon postoji u svim fluidima, ne samo u tekućinama. Bitno je primijetiti da je ta sila razmjerna gustoći *fluida*, a ne gustoći uronjenog tijela. Zbog toga je svejedno od kojeg su materijala napravljeni najveći brodovi, jer se samo određenim oblikom postiže dovoljno velika istisnina. Vrlo je lako postići da ta istisnina bude veća od ukupne težine broda.