

## DINAMIKA MATERIJALNE ČESTICE

Uzrok gibanja materijalne čestice je sila koja djeluje na nju. Naziv potječe od grčke riječi δύναμις, koja označava silu, snagu, jakost..

Djelovanje sile na tijelo shvaćamo i iskustveno i intuitivno. I takvo shvaćanje sile, koje je daleko od egzaktnog opisa, bilo je dovoljno dobro da su ljudi i u drevnoj prošlosti gradili mehaničke naprave, oruđa i oružja (pogotovo oružja!), čvrste i postojeće zgrade, jedrenjake, itd. Bilo je to dovoljno dobro shvaćanje za izgradnju civilizacije. Sila je vrlo star pojam, i vrlo učinkovit čak i u nedostatku egzaktnog opisa.

No, kako od takvog, manje ili više mističnog shvaćanje sile napraviti egzaktnu fizičku veličinu, koja će biti uzrokom svekolikog gibanja?

Prvo, valja primijetiti da tijela na koja ne djeluje nikakva sila, (ili ako se skupno djelovanje više sila na tijelo poništava) **miruje, ili se giba jednoliko po pravcu**. Taj prirodni zakon uočili su i neki drevni mudraci, u različitim civilizacijama, međutim egzaktna postavka tog prirodnog zakona pripisuje se Galileu. To je **zakon tromosti, ili inercije**.

Drugo, ako želimo neko tijelo pokrenuti, ili ga zaustaviti ako se već giba, moramo primijeniti silu. Dakle, **sila mijenja stanje gibanja**. I to je također bilo intuitivno jasno drevnim mudracima.

Treće, iskustvena je činjenica da ako želite vlastitim rukama gurnuti, vući ili podići težak teret, da ćete to jako osjećati u svojim mišićima---s punim pravom možete reći da je teret, na stanovit način, djelovao na vas jednakom mjerom koliko i vi na njega. Ali, taj **zakon djelovanja i protudjelovanja (akcije i reakcije)**, možete lako vidjeti i između stvari koje se ne tiču vaših mišića—dvije podjednake lopte, ili neke druge stvari, kad se sudare, kad se u gibanju dotaknu, jedna drugoj će promijeniti stanje gibanja.

### NEWTONOVI ZAKONI

No, što znači izraz "**promjena stanja gibanja**" ? Osnovna kinematička veličina koja opisuje stanje gibanja je **brzina**. Dok je ona konstantna, nema sile. Da bismo ju promijenili, moramo primijeniti silu. A promjena brzine znači ubrzanje. Ovu kratku priču, Isaac Newton je zapisao u tri kratka aksioma (ili zakona):

- 1.) Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila (ili ako je zbroj svih sila koje djeluju na tijelo jednak 0), tijelo će mirovati ili će se gibati jednoliko po pravcu.
- 2.) Sila je jednaka umnošku mase tijela i njegova ubrzanja (ili: ubrzanje tijela je razmjerno sili koja djeluje na njega, a obrnuto razmjerno njegovoj masi)
- 3.) Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekakvom silom, onda će drugo tijelo djelovati na prvo silom istoga iznosa i smjera, ali suprotne orijentacije.

**Sva klasična mehanika, sa svim svojim kompliciranim jednadžbama, slijedi iz ova tri aksioma.**

Jasno je da sila, kao fizička i matematička veličina, mora biti vektor---ima smjer, ima iznos, ima orijentaciju. Također je jasno da masa, kao mjera za tromost, odnosno opiranje tijela promjeni njegova stanja gibanja, treba biti skalar, i to pozitivan---tijelo se jednako opire djelovanju sile na njega neovisno o smjeru sile. Masa treba biti pozitivna. Možete li zamisliti situaciju u kojoj neku stvar pogurnete, tj. želite odgurnuti od sebe, a ono dobije ubrzanje prema vama, umjesto od vas ?

Napisani kao matematičke jednadžbe, Newtonovi zakoni su:

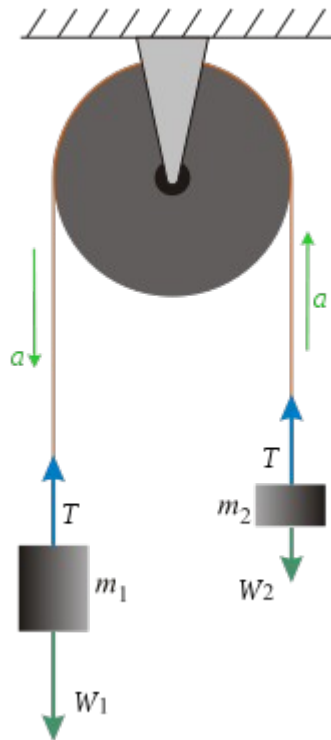
- 1.)  $\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = konst.$
- 2.)  $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad , \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
- 3.)  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Na prvi pogled, prvi Newtonov aksiom je suvišan, jer je sadržan u drugom. Međutim, prvi je aksiom definicija inercijskih sustava, o čemu će kasnije biti riječ.

Što se mase tijela (materijalne točke) tiče, to je jedina veličina kojoj je mjerna jedinica još uvijek definirana s pomoću artefakta---tj. nečim izrađenim ljudskom rukom. Još uvijek ne postoji nekakva "atomska definirana masa".

A sada idemo primijeniti Newtonove zakone.

## Atwoodov uređaj



[http://en.wikipedia.org/wiki/Atwood\\_machine](http://en.wikipedia.org/wiki/Atwood_machine)

Jednadžbe gibanja su:

$$m_1 \cdot a = W_1 - T$$

$$m_2 \cdot a = T - W_2$$

Rješenje ovih jednadžbi je:

$$a = \frac{W_1 - W_2}{m_1 + m_2}, \quad T = \frac{m_1 W_2 + m_2 W_1}{m_1 + m_2}$$

$$W_1 = m_1 \cdot g \quad , \quad W_2 = m_2 \cdot g$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad , \quad T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Ovdje smo uveli dvije vrste sila. Jedna je težina, a druga je napetost niti. Te su sile konstantne, pa je po 2. Newtonovom zakonu i ubrzanje tijela konstantno.

Budući da blizu Zemljine površine sva tijela imaju jednako ubrzanje (to je iskustvena činjenica), težina određenoga tijela jednaka je umnošku njegove mase i ubrzanja  $g$ .

**Težinu tijela, dakle, definiramo kao silu kojom Zemlja privlači tijelo.**

Sve druge sile, koje se suprotstavljaju težini, ili joj potpomažu, jednostavno su neke druge sile, kao što je otpor zraka, uzgon, itd., i ne ulaze u definiciju težine. Moramo razlikovati naš **osjećaj težine**, i samu silu koja postoji osjećali ju mi, ili ne.

U prikazanom primjeru napetost je niti sila kojom nit djeluje na tijelo pričvršćeno na nju, odnosno sila kojom tijelo nateže nit. Za tu smo silu u navedenim jednadžbama očito iskoristili treći Newtonov zakon. Pri tome smo zanemarili masu niti, kao i silu trenja na koloturu.

### Gustoća tijela

Dio tijela, volumena  $\Delta V$ , imat će masu  $\Delta m$  koja je razmjerna volumenu. Omjer mase i volumena definiramo kao gustoću tijela

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Što manji dio tijela uzmemo, to ćemo preciznije definirati njegovu gustoću **na određenom mjestu**. Tijelo je homogeno ako mu je gustoća svugdje ista. Inače je nehomogeno.

Makroskopska tijela uglavnom su nehomogena. Naprimjer, gustoća vode u moru povećava se, premda ne jako, s dubinom.

Ipak, veličina volumena koji promatramo u definiciji gustoće ne bi smjela biti po volji mala, iz jednostavnog razloga što su sva tijela građena od molekula i atoma. Ako uzmemo premali volumen, gustoća će početi jako varirati. Zamišljanje tijela kao kontinuuma samo je idealizacija koja prestaje vrijediti kada usitnjavanjem dođemo do skale molekula i atoma.

Gustoća zamjenjuje masu u dinamici kontinuuma, naprimjer u dinamici tekućina i plinova. Na takve sustave moramo znati primijeniti Newtonove zakone, ali ti zakoni vrijede za sve materijalno **na makroskopskoj skali**.

### Centripetalna sila

U kinematici kružnog gibanja vidjeli smo da centripetalno ubrzanje postoji za svaku vrstu kružnog gibanja. Centripetalnu silu definiramo kao umnožak mase čestice i njezina centripetalna ubrzanja. Ta sila **uvijek** ima smjer na spojnici točke sa središtem vrtnje i orijentaciju prema središtu. Dakle,

$$\vec{F}_c = -m\omega^2 \vec{r} \quad , \quad |\vec{F}_c| = m\omega^2 R = m \frac{v^2}{R}$$

Koja druga sila će "izazvati" centripetalnu silu, ovisi o konkretnom problemu. Dinamika kružnog gibanja, prema 2. Newtonovom zakonu, ima oblik

centripetalna sila = zbroj svih sila koje djeluju na spojnici točke sa središtem vrtnje

Primjeri:

- gibanje automobila u zavoju
- okretanje planeta oko Sunca

### Količina gibanja, iliti zalet

Ubrzanje je derivacija brzine po vremenu. Po 2. Newtonovom zakonu imamo:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Ovdje smo definirali novu veličinu—količinu gibanja (zalet)

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

i prikazali silu kao derivaciju zaleta po vremenu. No, prešutno smo pretpostavili da se masa tijela tijekom gibanja ne mijenja, tj. da ne ovisi o vremenu, pa smo ju mogli staviti pod znak deriviranja. Ali, što ako se masa mijenja?

Masa se tijela ne može mijenjati bez međudjelovanja tijela s okolinom, jer masu ne možemo stvoriti niotkuda, ili ju poništiti. Dakle, promjena mase povlači međudjelovanje dvaju tijela—jedno tijelo je ono koje u određenom trenutku ima određenu masu, a drugo tijelo je upravo ona masa koja će promijeniti masu prvog tijela. Za takvo međudjelovanje vrijedi 3. Newtonov zakon.

Imamo zapravo dva tijela za koja vrijede Newtonovi zakoni:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$



Dobili smo rezultat da je zbroj zaleta dvaju tijela, koja djeluju međusobno nekakvom silom, konstantan. **To je zakon očuvanja zaleta (količine gibanja).**

Prema tome, 2. Newtonov zakon **uvijek** vrijedi u obliku

$$\vec{F} dt = d\vec{p}$$

čak i za tijela kojima se masa mijenja tijekom gibanja. Jedino je takav oblik suglasan i s 3. Newtonovim zakonom i sa zakonom očuvanja mase. Sila je ovdje **vanjska sila**, a ne ona koja djeluje između spomenutih masa.

Dakle, izraz **sila jednako masa puta ubrzanje** ne vrijedi za tijelo s promjenljivom masom, tj. **i promjenljiva masa mora ući pod znak deriviranja po vremenu.**

Primjeri gibanja sa (znatno) promjenljivom masom:

- zrakoplov za gašenje požara ("kanader")
- raketa, ili druga svemirska letjelica
- i običnim putničkim zrakoplovima se masa mijenja, jer troše gorivo i izbacuju produkte sagorijevanja

### Impuls sile

Drugi Newtonov zakon u obliku

$$\vec{F} dt = d\vec{p}$$

možemo upotrijebiti i za konačne intervale vremena. Umnožak sile i intervala vremena u kojem djeluje zove se **impuls sile**.

Dakle:

**Impuls sile jednak je promjeni zaleta.**

**Primjeri:**

Kratkotrajni udarac jednog predmeta o drugi. Naprimjer, udarac rukom u loptu tijekom igranja odbojke, ili nogom tijekom igranja nogometa. Za razliku od toga, ubačaj lopte u koš u igri košarke nije primjer za impuls sile zato što igračeva ruka osjetno duže vremena djeluje na loptu, a da bi joj dala povoljan smjer i iznos brzine tako da lopta po zakonima kosoga hitca pogodi u koš. Isto to vrijedi i za rukomet. Jeste li kad vidjeli da košarkaš kratkim udarcem ruke u loptu pogodi koš, ili da rukometaš na isti način postigne pogodak?

Dakle, igre s loptom dobar su izvor primjera za impuls sile kao i protiv njega. U navedenim primjerima važan je pojam kratkotrajnosti djelovanja sile. Za primjer iz tehnike možemo spomenuti mehanički čekić za zabijanje čavala. Pneumatski čekić jako kratko vrijeme djeluje dovoljno velikom silom na glavu čavla, tako da jednim udarcem zabije čavao, za razliku od zabijanja čavla ljudskom rukom gdje je potrebno više uzastopnih ali također kratkotrajnih udaraca.