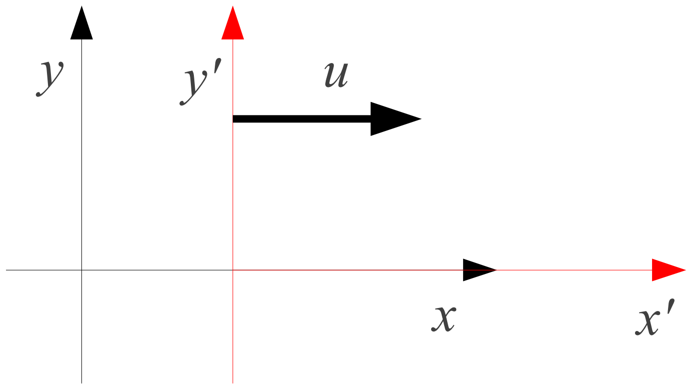
INERCIJSKI SUSTAVI

Ova je tema jako povezana i s prvim Newtonovim zakonom i sa zakonom gravitacije.
Zamislimo dva koordinatna sustava. Jedan sustav miruje, a drugi se u odnosu na prvoga giba nekom stalnom brzinom. Kakve će biti sile u ta dva sustava, ako je to jedina razlika između njih—da jedan miruje, a drugi se giba?



Iz slike je jasno da vrijede sljedeći odnosi:

$$y' = y$$
$$x' = x - u\,t$$
$$t' = t$$

Ovi se zakoni transformacije zovu **Galilejeve transformacije.** Prešutna je, ali i jako bitna, pretpostavka da je vrijeme u oba sustava jedno te isto—Newtonova se mehanika zasniva na apsolutnosti vremena. Budući da je brzina *u* konstantna, derivacije po vremenu koordinata obaju sustava bit će:

$$v' = v - u$$
$$a' = a$$

Ubrzanje će u oba sustava biti jednako. Takva dva sustava zovemo inercijskim sustavima, tj. ako sustav koji "miruje" nazovemo inercijskim, onda su i svi ostali sustavi, koji se u odnosu na njega gibaju konstantnom brzinom, također inercijski. To znači da u inercijskim sustavima drugi Newtonov zakon ima isti oblik. Razumije se da Galilejeve transformacije možemo poopćiti za bilo koji smjer brzine u:

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{u}\,t$$
$$t' = t$$

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u}$$
$$\vec{a}\,' = \vec{a}$$

Ako se sustav giba jednoliko ubrzano u odnosu na inercijski (mirujući) sustav, onda imamo transformacije

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{u}\,t - \frac{1}{2}\vec{A}\,t^2$$
$$t' = t$$

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u} - \vec{A}\,t$$
$$\vec{a}\,' = \vec{a} - \vec{A}$$

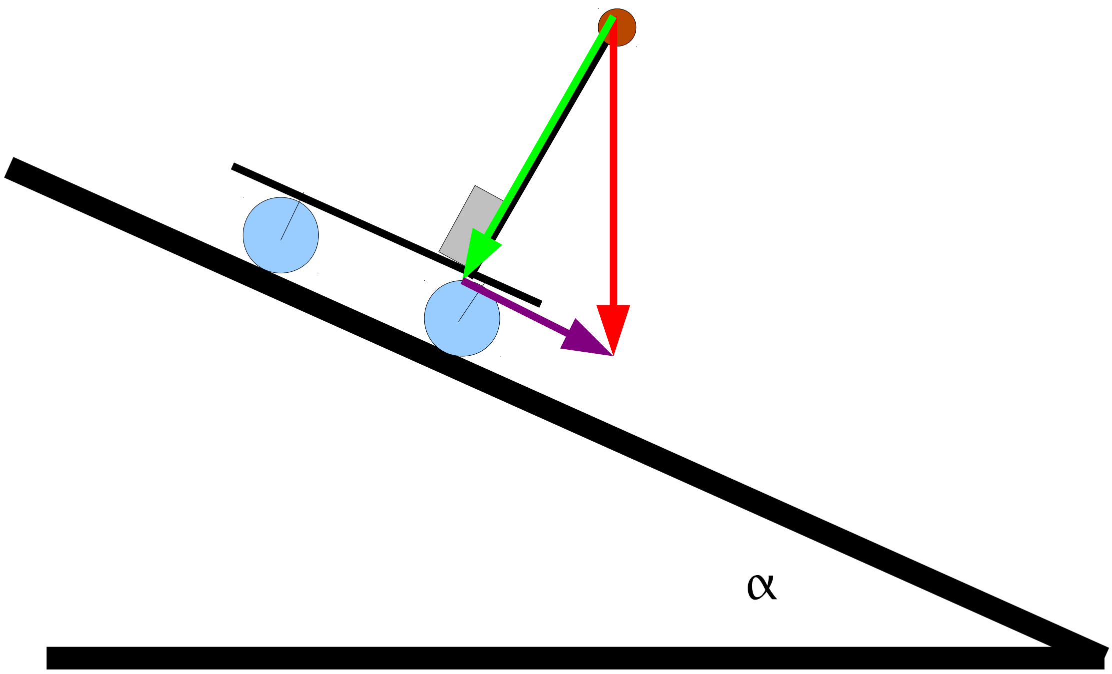
Sada više ni ubrzanje nije isto u oba sustava, pa se zbog toga postavlja pitanje što je s drugim Newtonovim zakonom. Naime, ako su sile prave sile, koje se javljaju između dvaju tijela i imaju podrijetlo u fundamentalnim silama, onda one ne smiju ovisiti o tomu kako se sustav giba. Očito je da u sustavima, koji se gibaju ubrzano, moramo uvesti nekakve "neprave" sile, koje ćemo dodati pravim silama i s kojima ćemo uskladiti drugi Newtonov zakon tako da bude isti u oba sustava. Dakle,

$$\vec{F}\,'=m\vec{a}\,'=m\vec{a}-m\vec{A}=\vec{F}+\vec{F}_i$$

Sila $\vec{F}_i=-m\vec{A}$ zove se **inercijska sila** , koja se javlja u ubrzanom sustavu i čije je podrijetlo jedino u ubrzanju sustava i ni u čemu drugom. U tom smislu tu silu možemo smatrati "lažnom silom" (pseudosilom), međutim u smislu učinaka to je stvarna sila kao i svaka druga prava sila—ono što može srušiti na pod čovjeka koji se u tramvaju ne drži ni za što čvrsto kada tramvaj naglo kreće, ili naglo koči, očito nije lažno nego je itekako stvarno. Mi ćemo, dakle, prihvatiti naziv *inercijska sila,* da ne bismo nekakvim drugačijim nazivom sugerirali pogrješan dojam da ta sila nema stvarnih učinaka, a ima ih. No, još jači razlog za takav pristup nalazi se u činjenici da zapravo ni za koji sustav ne možemo nepobitno tvrditi da je inercijski sustav, jer nemamo apsolutnog referentnog sustava u odnosu na kojeg bismo mogli govoriti o apsolutnom gibanju.

Pokus s kosinom

Na kosinu su postavljena kolica, koja se mogu nesmetano gibati niz kosinu. Na kolicima je postavljen štap, okomito na njih, a na vrhu je štapa lagano učvršćena loptica. U podnožju štapa, na kolicima, postavljena je košarica.



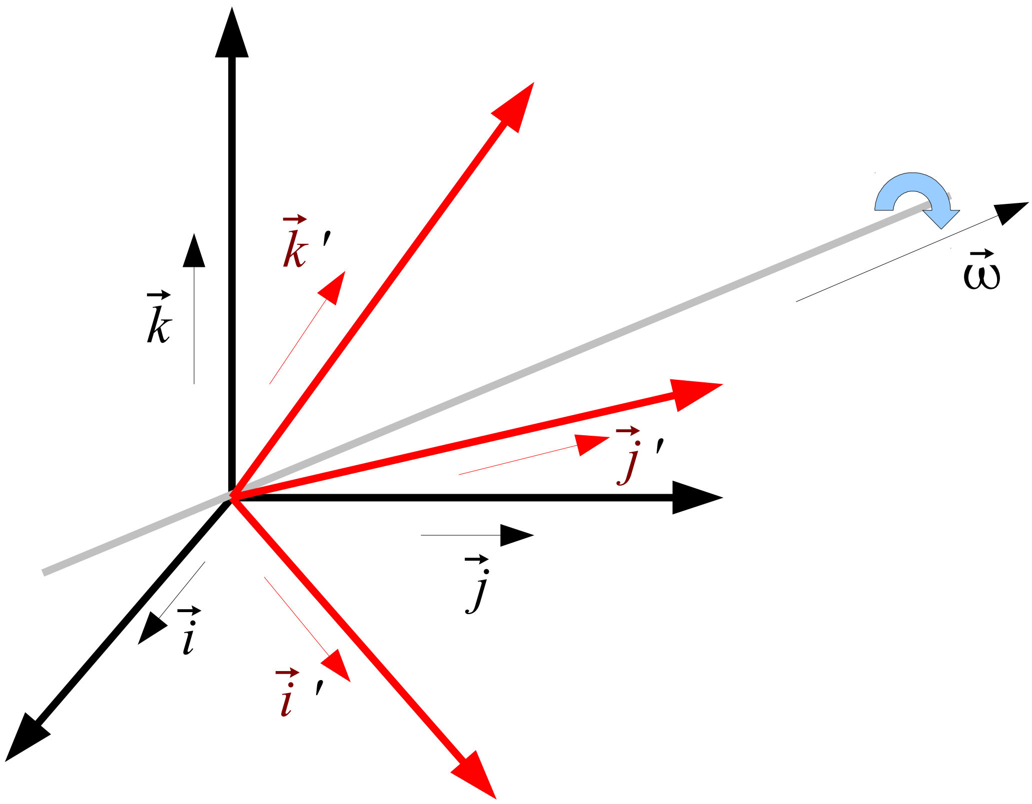
Kada otpustimo kolica da se kotrljaju niz kosinu, istodobno s time otkvači se i loptica na vrhu štapa. Kamo će pasti loptica?

Kolica su ubrzani sustav, ako je kosina inercijski sustav. Ubrzanje kolica je jednako $g\sin(\alpha)$ niz kosinu, pa će prema tome na lopticu, gledajući iz ubrzanog sustava (tj. s kolica), na lopticu djelovati inercijska sila **uz kosinu** iznosa $mg\sin(\alpha)$ Težina loptice djeluje uvijek jednako, jer je to fundamentalna

sila (privlačenje Zemlje i loptice) i iz gledišta kosine ta sila nije okomita na kosinu. Rezultanta težine i inercijske sile dat će ukupnu silu i takvo ubrzanje loptice da će ona padati okomito na kosinu. Promatrač, koji bi sjedio u košarici i gledao prema vrhu štapa, vidio bi slobodni pad loptice ubrzanjem koje **nije jednako** g, nego je $g\cos(\alpha)$. Loptica će, dakle, pasti točno u košaricu.
Gledajući iz inercijskog sustava, vidjet ćemo da loptica slobodno pada ubrzanjem g, a da se kolica, tj. košarica na njima, "podmetne" pod lopticu.
Promatrač na kolicima, koji bi bio tako izoliran od vanjskog svijeta da ne bi mogao ni vidjeti ni čuti da se giba niz kosinu, s punim bi pravom tvrdio da se nalazi u sustavu u kojem sva tijela padaju ubrzanjem po iznosu jednakim $g\cos(\alpha)$ točno okomito na kolica. Zapravo, on uopće ne bi znao da postoji nekakav nagib s kutem α nego bi samo ustvrdio da postoji određeno ubrzanje. Dakle, ubrzani sustavi mogu "poništiti" gravitacijsko polje, a razlog je tomu jednakost trome i teške mase.

VRTNJA SUSTAVA

Pri vrtnji sustava uvijek postoji ubrzanje, makar samo centripetalno. Sustavi koji se vrte u odnosu na inercijski sustav uvijek su neinercijski.



Uzmimo dva sustava, jedan mirujući i jedan koji se vrti oko neke osi u prostoru kutnom brzinom $\vec{\omega}$. Razumije se, smjer je kutne brzine jednak smjeru osi vrtnje. Ishodišta se obaju sustava poklapaju, a osima smo tih sustava pridružili odgovarajuće jedinične vektore. Tada možemo jedan te isti vektor položaja neke materijalne točke izraziti na dva načina, ovisno o tome u kojem sustavu opisujemo taj vektor.

Imamo dakle

$$\vec{r}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}=x'\,\vec{i}\,'+y'\,\vec{j}\,'+z'\,\vec{k}\,'$$

No, mi znamo kako se mijenjaju jedinični vektori sustava koji se vrti u odnosu na mirujući sustav:

$$\frac{d\,\vec{i}\,'}{d\,t}=\vec{\omega}\times\vec{i}\,'$$

$$\frac{d\,\vec{j}\,'}{d\,t}=\vec{\omega}\times\vec{j}\,'$$

$$\frac{d\,\vec{k}\,'}{d\,t}=\vec{\omega}\times\vec{k}\,'$$

Sada će brzina čestice, kojoj ima određeni vektor položaja, biti jednaka:

$$\vec{v}=\frac{d\,\vec{r}}{d\,t}=\frac{d\,x'}{d\,t}\vec{i}\,'+\frac{d\,y'}{d\,t}\vec{j}\,'+\frac{d\,z'}{d\,t}\vec{k}\,'+\vec{\omega}\times\vec{r}=$$
$$=\vec{v}\,'+\vec{\omega}\times\vec{r}$$

Ovdje je $\vec{v}\,'$ brzina čestice izražena u sustavu koji se vrti, tj. s **njegovim** jediničnim vektorima i koordinatama, a ne s jediničnim vektorima i koordinatama mirujućeg sustava. **Naravno, vektor kutne brzine ovdje smatramo konstantnim, dakle riječ je o jednolikoj vrtnji oko nepokretne osi.**

Dobili smo odnos brzina u dvama sustavima:

$$\vec{v}=\vec{v}\,'+\vec{\omega}\times\vec{r}$$

Ako ovaj izraz još jednom deriviramo po vremenu, dobit ćemo odnos ubrzanja u dvama sustavima:

$$\vec{a}=\vec{a}\,'+\vec{\omega}\times\vec{v}\,'+\vec{\omega}\times\left(\vec{v}\,'+\vec{\omega}\times\vec{r}\right)=\vec{a}\,'+2\,\vec{\omega}\times\vec{v}\,'-\vec{\omega}^2\,\vec{r}_{\perp}$$

odnosno

$$\vec{a}\,'=\vec{a}-2\,\vec{\omega}\times\vec{v}\,'+\vec{\omega}^2\,\vec{r}_{\perp}$$

Ovdje uočavamo dvije inercijske sile:

1.) Centrifugalna sila

$$\vec{F}_{CF}=m\,\vec{\omega}^2\,\vec{r}_{\perp}$$

koja je okomita na os vrtnje i orijentirana od osi prema van.

2.) Coriolisova sila

$$\vec{F}_{Cor}=-2\,m\,\vec{\omega}\times\vec{v}\,'$$

koja je okomita i na os vrtnje i na brzinu čestice izraženu u sustavu koji se vrti, a ne u mirujućem sustavu.

Obje sile, centrifugalna i Coriolisova, imaju uočljive učinke, a centrifugalna i mnoge svakodnevne primjene poput perilica za rublje i laboratorijskih epruveta s uzorcima mješavine tekućina koje valja razdvojiti.

Zemlja je sustav koji se vrti. Njezina je kutna brzina na osi koja spaja sjeverni pol s južnim, i orijentirana je od juga prema sjeveru. Naprimjer, rijeka koja se na 45.-tom stupnju zemljopisne širine giba od sjevera prema jugu "osjećat" će Coriolisovu silu od istoka prema zapadu. Dakle, njezine zapadne obale će biti istrošenije, pohabanije, od njezinih istočnih obala.

Ekperimentalni laboratorijski dokaz Coriolisove sile je Foucaultovo njihalo.

Više o tome pogledajte na:

http://en.wikipedia.org/wiki/Foucault_pendulum

RELATIVISTIČKA MEHANIKA

Postulati relativističke mehanike jednako su jednostavni kao i postulati Newtonove mehanike. Ali postoji bitna razlika među njima.

1.) Postulat koji kaže da su svi inercijski sustavi jednakopravni isti je u obje mehanike.

2.) Postulat Newtonove mehanike kaže da je vrijeme apsolutno. Postulat relativističke mehanike kaže da je brzina svjetlosti u vakuumu ista za sve inercijske sustave. To ujedno znači da je brzina svjetlosti u vakuumu najveća moguća brzina bilo čega u svemiru.

Ne možemo imati oboje—najveću moguću brzinu i apsolutno vrijeme; jedno isključuje drugo. Dakle, umjesto Galilejevih transformacija, koje vrijede za Newtonovu mehaniku, u relativističkoj mehanici imamo Lorentzove transformacije

$$x' = \frac{x - u\,t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{u\,x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

gdje je *c* brzina svjetlosti u vakuumu.
Relativistička mehanika izmišljena je zato što zakoni klasične elektrodinamike nisu uskladivi s Galilejevim transformacijama.

Učinci se Lorentzovih transformacija gotovo ne mogu vidjeti u svakodnevnu životu, ali mogu se vidjeti u svijetu elementarnih čestica.

Najvažnije posljedice su:

1.) Skraćivanje duljina i usporavanje tijeka vremena

2.) Ukupna energija slobodne čestice nije više samo kinetička energija, kao što imamo u Newtonovoj mehanici, nego moramo drugačije odrediti i zalet slobodne čestice i njezinu ukupnu energiju. Tako vrijedi

$$\vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{\vec{v}^2}{c^2}}}$$

$$E^2=\vec{p}^2c^2+m^2c^4$$

Vidimo da zalet može biti jednak 0, a da ukupna energija ima vrijednost različitu od 0. Ta se vrijednost zove *energija mirovanja* i jednaka je

$$E_0 = m c^2$$

Ovo je čuvena formula po kojoj većina ljudi pomisli na Einsteina. Međutim, sam Einstein nije bio uvjeren da ta energija mirovanja ima neki stvarni smisao i uporabu, ali ga je stvarnost nuklearnih reakcija i pretvorba mase u energiju morala uvjeriti da ta čuvena relacija zaista ima pravi smisao i uporabu.

Kinetičku energiju čestice u relativističkoj mehanici određujemo kao razliku njezine ukupne energije i energije mirovanja:

$$E_{kin} = E - E_0 = \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + E_0^2} - E_0 = m c^2 \left(\sqrt{\frac{\vec{p}^2}{m^2 c^2} + 1} - 1 \right) =$$
$$= m c^2 \left(1 + \frac{\vec{p}^2}{2 m^2 c^2} - \ldots - 1 \right) = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \ldots$$

Za dovoljno male zalete, relativistički izraz za kinetičku energiju svodi se na dobro poznat izraz Newtonove mehanike. Tako i treba biti---nijedna nova teorija ne smije u potpunosti proturiječiti zakonima za koje pouzdano da vrijede u određenim okolnostima. Nova teorija smije samo nadodati nešto što u određenim slučajevima može biti zanemarivo, a jasno je da to nešto može u nekim drugim okolnostima biti najvažnije i prevladavajuće.