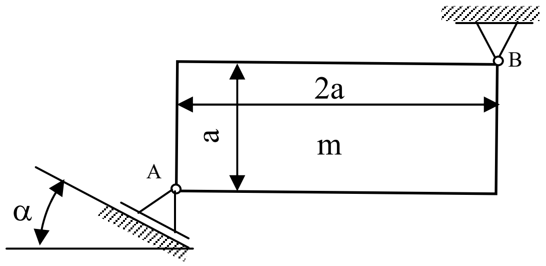
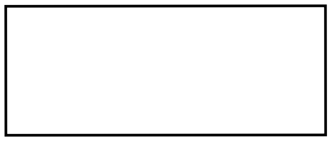
Zadatak 1. Izračunajte iznos mase m bloka, vertikalnu komponentu reakcije u točki B i reakcije N_A u točki A ako je poznat iznos horizontalne reakcije B_x u točki B. Zadano je: B_x=35N, α=30°.



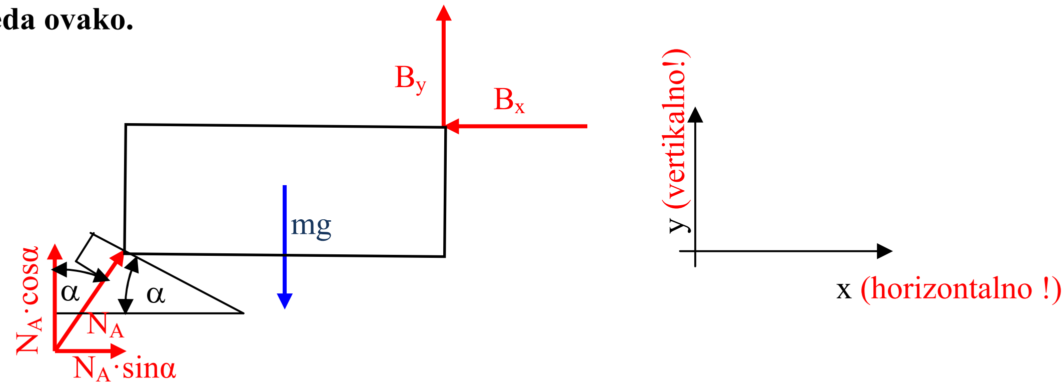
Da bi riješili ovaj zadatak potrebno je osloboditi tijelo veza odn. primijeniti pravilo izolacije! Zato ćemo prvo nacrtati sliku uklanjajući veze tijela s okolinom i pri tome zadržavajući ravnotežu tijela!

1. korak izgleda ovako.



Ovako nacrtano tijelo nije u ravnoteži pa stvarne veze treba nadomjestiti silama reakcije.

2. korak izgleda ovako.



U točki B se nalazi **nepomični oslonac** koji prenosi **dvije komponete sile reakcije** (vidjeti predavanja). Te dvije komponente su uvijek međusobno okomite! U tekstu zadatka se traži određivanje iznosa horizontalne komponente B_x što znači da je njoj pripadajuća vertikalna komponenta B_y.

U točki A se nalazi **pomični oslonac** koji prenosi samo **jednu komponentu sile reakcije**. Pravac na kojem leži sila okomite je na ravninu na koju je položen oslonac. Ovdje se ta ravnina nalzi pod kutem α u odnosu na horizontalnu ravninu.

Moramo imati stalno u vidu da je sila vektor, veličina definirana s tri podatka; smjerom djelovanja (pravcem na kojem leži), iznosom (duljinom) i orijentacijom (kuda strelica gleda). Posebno vezano uz orijentaciju komponenti reakcije postavlja se pitanje kako znati orijentaciju tih komponenti. Nikako ili po osjećaju! Prema tome: orijentacija komponenti sila reakcije se pretpostavlja. Znači da ne bi bilo pogrešno na gornjoj slici vektore orijentirati i suprotno.

U nastavku ćemo postaviti analitičke jednadžbe koje nazivamo uvjetima ravnoteže!

Za naznačeni koordinatni sustav to izgleda ovako, a prije toga sila N_A treba se rastaviti u komponente odabranog koordinatnog sustava (Podsjetimo: dva su kuta jednaka ako su im krakovi međusobno okomiti (ovdje slučaj) ili su im krakovi međusobno paralelni:

$\sum F_x = 0 \qquad N_A \cdot \sin\alpha - B_x = 0 \qquad (1)$

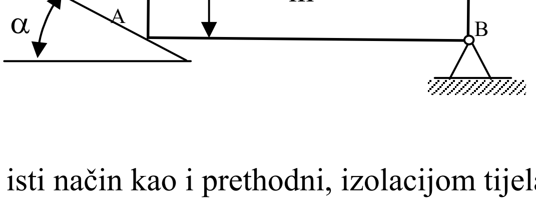
$\sum F_y = 0 \qquad N_A \cdot \cos\alpha - m \cdot g + B_y = 0 \qquad (2)$

Još je potrebno postaviti treći uvjet ravnoteže a to je suma momenata oko neke točke. Točku odabiremo proizvoljno, uobičajeno neku točku u kojoj se nalazi oslonac. Odaberimo točku B. Moment nastaje tako da se pomnoži iznos sile s najmanjom udaljenošću sile (pravca na kojem leži) od točke B. Kraće rečeno, <u>iznos momenta je umnožak sile i kraka tako da sile i krak (najmanja udaljenost) moraju biti okomiti!</u> Vektor je također moment čiji je pravac okomit na ravninu u kojoj leže sile (sve naše sile leže u jednoj xy ravnini). Kako je vektor orijentiran određujemo po pravilu desne ruke, jer djelovanje svake pojedine sile želi tijelo zarotirati oko promatrane točke u smjeru kazaljke na na satu ili suprotno (kao da zavrćemo ili odvrćemo vijak).

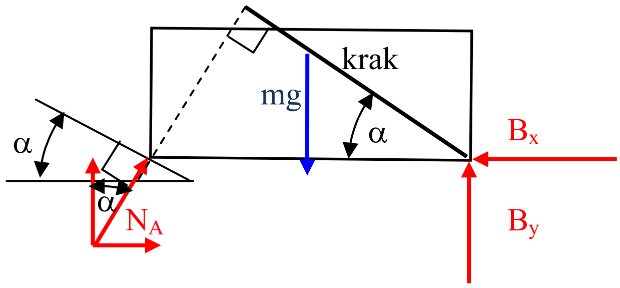
$\sum M_B = 0 \qquad m \cdot g \cdot a - N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2 \cdot a + N_A \cdot \sin\alpha \cdot a = 0 \;(3)$

Kako odrediti predznake u prethodnom izrazu. Stavite olovku okomito na papir u toči B. **Desnom** rukom obavijte prstima olovku tako da **ispruženi palac** bude paralelan s olovkom. to neka bude predznak + (plus). Povežimo to sa silama! Ispružite obavijene prste (olovka ostaje na mjestu) i ispruženim prstima „pogurajte“ silu ***mg***. Dobili bi rotaciju u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. Sila (pravac na kojem leži-nacrtajte ga! – pogledajte zadatak 2. u nastavku) ***mg*** od točke B udaljena je za a (sila i krak moraju biti okomiti). To ste napravili tako da se dlanom niste uboli na strelicu vektora-ovo je važno! Postupite isto sa komponentom ***N***$\boldsymbol{N_A \cdot \cos\alpha}$ i ubost ćete se na strelicu tog vektora, Taj vektor tijelo želi zarotirati u smjeru kazaljke na satu. To znači da sada desnu ruku morate okrenuti tako da se ne ubodete na strelicu. Olovka stalno ostaje isto, a ruku okrenite tako da ispruženi palac ostaje paralelan s olovkom ali sada gleda u papir, tako se nećete ubosti na strelicu. To je moment predznaka – (minus). I sada okrenite sami ruku tako da se ne ubodete na strelicu preostale komponente $\boldsymbol{N_A \cdot \sin\alpha}$ i dobit ćete predznak + 8plus) jer vam palac sada gleda prema gore (kao kod sile mg). Naposljetku rješenje je sljedeće:
Iz (1) dobijemo N_A=70N i to uvrstimo u (3) da bi dobili masu m=8,79kg. Iz (2) dobivamo B_y=25,6N.
Što bi bilo da smo drukčije orijentirali neku od crvenih sila. Rješenje bi imalo negativni predznak. To znači da bi pored tako (krivo) pretpostavljene sile ucrtali sili kao je stvarno orijentirana i dalje računali s pozitivnom (apsolutnom) vrijednosti te sile.
Ipak uočimo iz $\sum F_x = 0$ da odmah možemo vidjeti da reakcije B_x i $N_A \cdot \sin\alpha$ moraju imati suprotne predznake jer jedino tako možemo dobiti nulu. Također možemo uočiti da sila N_A mora djelovati ovako kako je ucrtana jer ona pridržava tijelo da se ne zarotira oko toke B uslijed djelovanja sile mg.

Zadatak 2. Blok mase m oslanja se na glatku podlogu u točki A. Izračunajte iznos mase m bloka te horizontalnu i vertikalnu komponentu reakcije u točki B ako je poznat iznos reakcije N_A u točki A. Zadano je: N_A=35N, α=30°.



Zadatak se rješava na isti način kao i prethodni, izolacijom tijela.



Razlika u odnosu na prethodni zadatak je u osloncu u točki A koji nije pomični nego je glatka podlogu. Taj oslonac se u neku ruku ponaša slično kao i pomični jer reaktivna sila je okomita na podlogu, ali ipak postoji jedna razlika. U ovom slučaju sila će uvijek biti orijentirana kao na slici (u literaturi možete pronaći i drugačije tumačenje, ali radi jednostavnosti kod nas će to uvijek ovako izgledati).
Postavimo sada uvjete ravnoteže kao i u prethodnom zadatku.

$$\sum F_x = 0 \qquad N_A \cdot \sin\alpha - B_x = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \qquad N_A \cdot \cos\alpha - m \cdot g + B_y = 0 \qquad (2)$$

Suma momenata oko točke B:

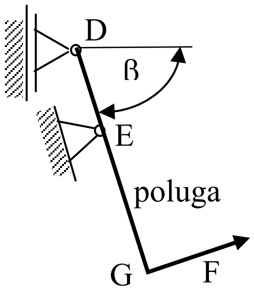
$$\sum M_B = 0 \qquad m \cdot g \cdot a - N_A \cdot \cos\alpha \cdot 2 \cdot a = 0 \quad (3)$$

Prva dva uvjeta ravnoteže su ispala jednaka onima iz prvog zadatka, a vidimo da se suma momenata razlikuje. Zašto? Zato jer se oslonac B ne nalazi na istom mjestu. Ovdje je to nešto jednostavnije i nema potrebe raditi sumu momenata preko dvije komponente sile N_A kao u prethodnom zadatku. Što je ovdje napravljeno? Produžen je pravac na kojem leži sila N_A (crtkana linija) i na njega je povučena okomica kroz točku B (puna debela linija). To čini najmanju udaljenost između točke B i pravca tj. krak sile N_A oko točke B. To je ujedno pravokutni trokut pa vrijedi:

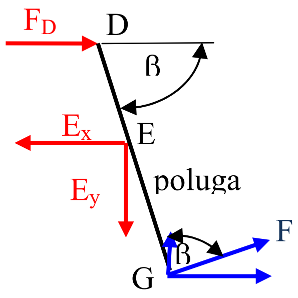
$$\cos\alpha = \frac{krak}{2 \cdot a}$$

Rješenja su:
iz (1) B_x=17,5N,
iz (3) m=6,18kg i
iz (2) B_y=32,0N

Zadatak 3. Okomito na polugu u točki G djeluje sila F. Duljina poluge iznosi ℓ, a udaljenost točaka E i G je $\frac{3}{5}\ell$. Izračunajte iznose horizontalne i vertikalne reakcije u točki E te iznos reakcije u vertikalno postavljenom osloncu u točki D. Masu poluge zanemarite. Zadano je: F=75N, β=55°.



Oslobodimo polugu veza s okolinom kao je već objašnjeno.



Bez obzira što se nepomični oslonac E nalazi pod nepoznatim kutom u njemu možemo postaviti horizontalnu i vertikalnu komponentu reakcije. U točki D je pomični oslonac je smjer sile definiran okomicom na ravninu u kojoj leži i prenosi samo jednu komponentu reakcije.

Uvjeti ravnoteže glase.

$\sum F_x = 0 \qquad F_D - E_x + F \cdot \sin\beta = 0 \qquad (1)$

$\sum F_y = 0 \qquad -E_y + F \cdot \cos\beta = 0 \qquad (2)$

Suma momenata oko točke B:

$$\sum M_E = 0 \qquad F_D \cdot \frac{2}{5} \cdot \ell \cdot \sin\beta - F \cdot \frac{3}{5} \cdot \ell = 0 \quad (3)$$

Sila F je okomita na polugu pa je jednostavno izračunati njen krak u odnosu na točku E.

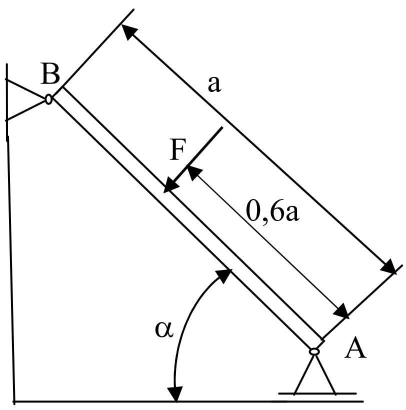
Rješenja su:

iz (3) F_D=137,3N,

iz (1) E_x=198,8N i

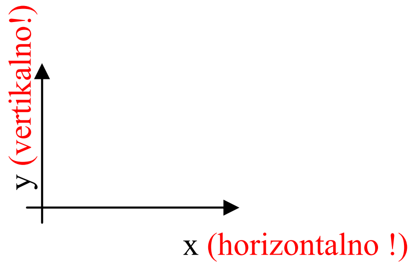
iz (2) E_y=43,0N

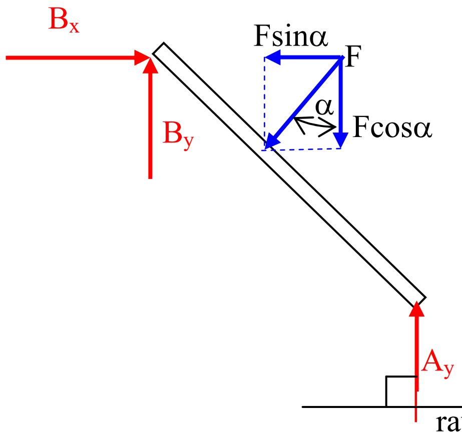
Zadatak 4. Sila F djeluje okomito na polugu. Izračunajte horizontalne i vertikalne komponente reakcija u točkama A i B. Masu poluge zanemarite! Zadano je: α=32°, F=200N.



Da bi riješili ovaj zadatak potrebno je osloboditi tijelo veza odn. primijeniti pravilo izolacije!

U točki B nalazi se **nepomični** oslonac koji prenosi **dvije** međusobno okomite komponente sile reakcije (vidjeti predavanja!)





U točki A nalazi se **pomični** oslonac koji prenosi **samo jednu** komponentu sile reakcije i to **okomitu na podlogu** (vidjeti predavanja!)

Postavljanje analitičkih uvjeta ravnoteže:
Sume sila za odabrane koordinatne osi.

$\Sigma F_x=0$: $B_x - F\cdot\sin\alpha=0$ (1) $\Sigma F_y=0$: $B_y + A_y - F\cdot\cos\alpha=0$ (2)

Suma momenata oko točke B (točka se odabire proizvoljno!)

$\Sigma M_B=0$: $-F\cdot 0{,}4\cdot a + A_y\cdot a\cdot\cos\alpha=0$ (3)

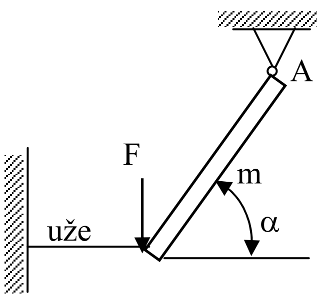
Iz (3) slijedi $\underline{A_y = 94{,}3\ \text{N}}$

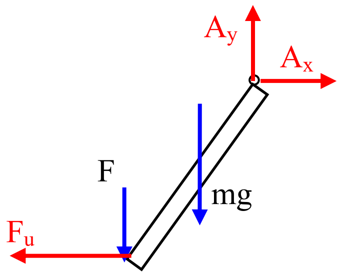
Uvrštavanjem ove vrijednosti u (2) dobiva se $\underline{B_y = 75{,}3\ \text{N}}$

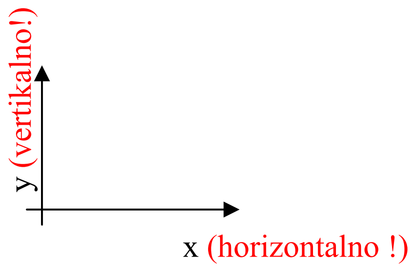
Iz (1) slijedi $\underline{B_x = 106{,}0\ \text{N}}$

Dobivene vrijednosti predstavljaju iznose horizontalnih i vertikalnih komponenti reakcija u točkama A i B. Orijentacije pojedinih komponenti reakcija se pretpostavljaju. Pravilna pretpostavka potvrđuje se pozitivnim predznakom rješenja (ovdje slučaj).

Zadatak 5. Greda mase m, duljine a uležištena je u točki A i obješena je na kraju o horizontalno uže. Izračunajte horizontalnu i vertikalnu komponentu reakcije u točki A te napetost užeta ako na njenom kraju djeluje okomita sila F. Zadano je F=40N, m=15kg, α=30°.







Uže prenosi jednu
komponentu sile na način da
uže uvijek ostane napeto-
paziti na orijentaciju vektora!

Rješenje:

$\Sigma F_x=0$: $\quad -F_u + A_x = 0 \quad$ (1)

$\Sigma F_y=0$: $\quad A_y - m \cdot g - F = 0 \quad$ (2)

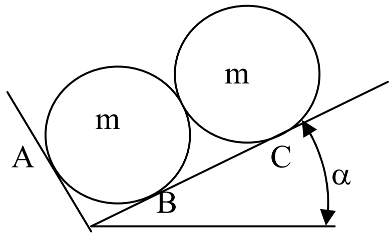
$\Sigma M_A=0$: $\quad m \cdot g \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos\alpha + F \cdot a \cdot \cos\alpha - F_u \cdot a \cdot \sin\alpha) = 0 \quad$ (3)

iz (3) $\quad \underline{F_u = 196{,}7\ N}$

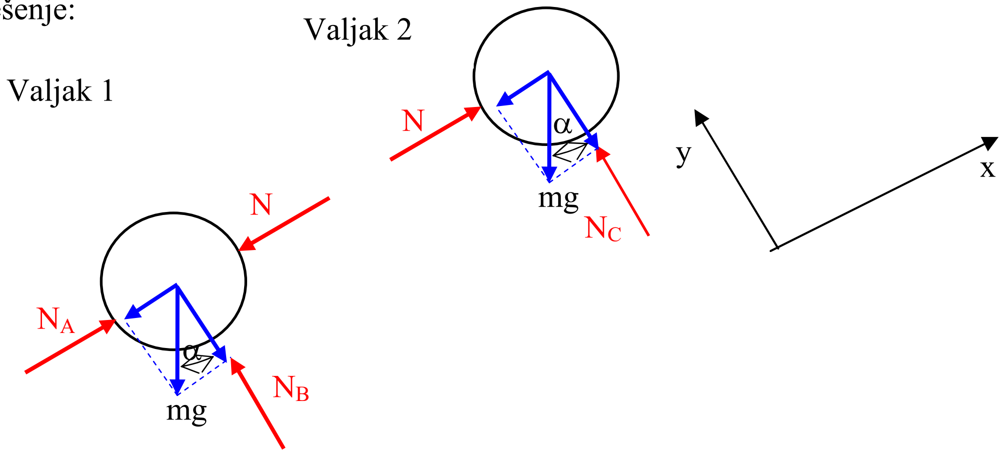
iz (1) $\quad \underline{A_x = 196{,}7\ N}$

iz (2) $\quad \underline{A_y = 187{,}2\ N}$

Zadatak 6. Dva valjka jednakih masa i dimenzija oslanjaju se međusobno, i na pravokutnu podlogu. Izračunajte iznose normalnih komponenti reakcija u točkama A, B i C. Trenje zanemarite! Zadano je: $\alpha=32°$, $m=12kg$.



Rješenje:



Uvjeti ravnoteže za valjak 1:

$\Sigma F_x=0$: $N- m\cdot g\cdot \sin\alpha=0$ (1) $\Sigma F_y=0$: $N_C- m\cdot g\cdot \cos\alpha=0$ (2)

Uvjeti ravnoteže za valjak 2:

$\Sigma F_x=0$: $N_A-m\cdot g\cdot \sin\alpha- N=0$ (3) $\Sigma F_y=0$: $N_B- m\cdot g\cdot \cos\alpha=0$ (4)

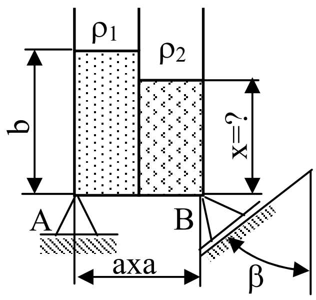
Iz (1) $\underline{N= 62{,}4\ N}$ (ova sila predstavlja vezu između ova dva valjka)

iz (2) $\underline{N_C= 99{,}8\ N}$

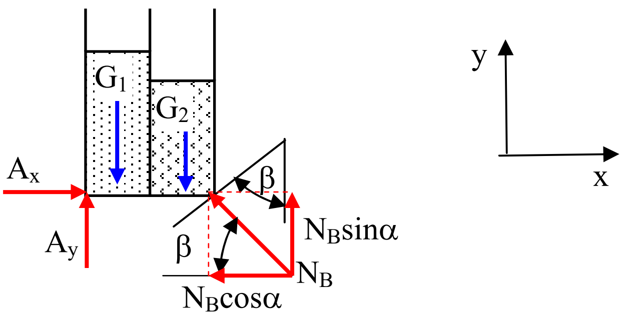
iz (3) $\underline{N_A= 124{,}8\ N}$

iz (4) $\underline{N_B= 99{,}8\ N}$

Zadatak 7. Posuda kvadratnog dna (axa) po visini je pregrađena po pola. S lijeve strane nalivena je tekućina gustoće ρ_1 do visine b. Do koje visine x treba naliti tekućinu gustoće ρ_2 s desne strane ako je u osloncu B izmjeren iznos reakcije od 80N. Zadano je: b=25cm, a=24cm, ρ_1=850kg/m^3, ρ_2=998kg/m^3, β=50°.



Rješenje:



Računanje sila težina kapljevina G_1 i G_2 uz $\rho = \frac{m}{V}$:

$$G_1 = m_1 \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{a^2}{2} \cdot b \quad (1)$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_2 = \rho_2 \cdot g \cdot \frac{a^2}{2} \cdot x \quad (2)$$

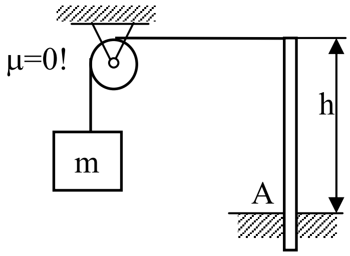
Uvjeti ravnoteže:

$$\Sigma M_A = 0 \qquad -G_1 \cdot \frac{a}{4} - G_2 \cdot \frac{3}{4} \cdot a + N_B \cdot \sin\alpha \cdot a = 0 \qquad (3)$$

Uvrštavanjem izraza (1) i (2) u izraz (3) uz zadani iznos sile N_B=80N visina do koje treba naliti tekućinu gustoće ρ_2 je:

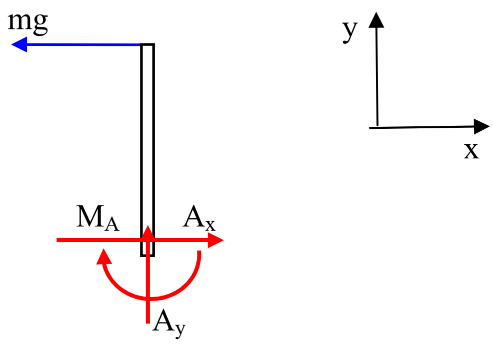
x= 0,219 m

Zadatak 8., Konzola je posredstvom užeta opterećena masom m. Izračunajte reakcije u točki A. Trenje zanemarite! Zadano je: m=6,5kg, h=600mm.



Rješenje:

Sila u užetu jednaka je sili težine mg jer nema trenja između užeta i podloge (valjka), te je time osigurana napetost užeta!



Oslonac u točki A naziva se **uklještenje** i prenosi **dvije komponente reaktivne sile A_x i A_y** i **reaktivni moment M_A!**

Predznak reaktivnog momenta M_A se pretpostavlja!

Uvjeti ravnoteže su:

$$\Sigma F_x = 0 \qquad A_x - mg = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad A_y = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma M_A = 0 \qquad m \cdot g \cdot h - M_A = 0 \qquad (3)$$

iz (1) A_x= 63,8 N

iz (3) M_A= 38,3 N