

Krunoslav Žižek

NASTAVNI TEKST

ZA KOLEGIJ PROCESI PRIJENOSA I SEPARACIJA

Fenomen prijenosa količine gibanja, Mehanički makroprocesi

Zagreb, travanj 2018.

*Nastavni tekst namjenjuje se studentima
Fakulteta kemijskog inženjerstva i tehnologije Sveučilišta u Zagrebu.*

PREDGOVOR

Ovaj rukopis namijenjen je prvenstveno studentima koji na Fakultetu kemijskog inženjerstva i tehnologije Sveučilišta u Zagrebu slušaju kolegij Procesi prijenosa i separacija u okviru druge godine preddiplomskog studijskog programa Primijenjena kemija. Očekuje se da će ovaj nastavni materijal doprinijeti boljem prijenosu znanja i savladavanju nastavnog sadržaja te u konačnici i boljem uspjehu studenata na ispitu.

Materijal sadrži nastavnu građu za prvi dio kolegija Procesi prijenosa i separacija kojeg izvodi jedan od nositelja, doc. dr. sc. Krunoslav Žižek. Tom građom nastoji se polaznicima kolegija prenijeti fundamentalna znanja o fenomenima prijenosa količine gibanja, karakterizaciji grubodisperznih sustava te o mehaničkim makroprocesima sedimentacije, filtracije te mehaničkog miješanja. Druga polovica kolegija koju predaje drugi predmetni nastavnik, prof. dr. sc. Aleksandra Sander nije obuhvaćena ovim nastavnim djelom.

Služeći se paradigmatima kemijsko inženjerske discipline, konceptom jediničnih operacija te temeljnim konceptijskim odmakom, fenomenima prijenosa nastavni materijal opisuje kako kemijski inženjeri razumijevaju i pomno sagledavaju mehaničke makroprocese. Opisuje se temeljni fenomen prijenosa količine gibanja sa stajališta četiri karakteristična slučaja gibanja fluida u raznim okruženjima. U nastavku, sagledani su mehanički makroprocesi sedimentacije, filtracije i mehaničkog miješanja sa stajališta sadržanih fenomena prijenosa pri optjecanju, strujanju fluida kroz porozan sloj te pri strujanju u miješalici. Dodatno, istaknut je značaj karakteristika grubodisperznih sustava u provedbi i uspješnosti mehaničkih makroprocessa.

Važno je istaći da je nastavni sadržaj kreiran u skladu s izvedbenim programom kolegija i da u potpunosti odgovara vrednovanju kolegija sa svega četiri ECTS boda. Time, ovaj nastavni materijal smatra se primjerenim i posve prilagođenim (sadržajno i metodički) studentima druge godine preddiplomskog studijskog programa Primijenjena kemija.

Krunoslav Žižek
Travanj 2018.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA
MEHANIČKI MAKROPROCESI

LITERATURA

1. R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot, Transport phenomena, John Wiley & Sons, Inc., London, United Kingdom, 1960.
2. W.J. Beek, K.M.K. Muttzall, Transport phenomena, John Wiley & Sons, Ltd., London, United Kingdom, 1975.
3. H.G. Merkus, Particle size measurements; fundamentals, practice, quality, Springer Science+Business Media B.V., Dordrecht, The Netherlands, 2009.
4. L. Svarovsky, Solid-liquid separation, Butterworth & Co (Publishers) Ltd, London, United Kingdom, 1977.
5. M. Hraste, Mehaničko procesno inženjerstvo, HINUS, Zagreb, Republika Hrvatska, 2003.

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. OPĆI ZAKON OČUVANJA	4
3. STACIONARNI I NESTACIONARNI PROCESI	6
4. GUSTOĆA TOKA	9
5. MEHANIZMI PRIJENOSA	11
5. FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA	17
6. VISKOZNOST FLUIDA	21
7. ZAKONI OČUVANJA PRI GIBANJU FLUIDA	25
7.1. Zakon očuvanja mase.....	25
7.2. Zakon očuvanja količine gibanja	27
7.3. Zakon očuvanja energije.....	29
7.4. Mjerenje energetskih članova Bernoullijeve jednadžbe	32
8. PROTJECANJE	34
8.1. Vrste strujanja.....	34
8.2. Laminarno strujanje realnog fluida u cijevi.....	36
8.3. Turbulentno strujanje realnog fluida u cijevi.....	40
8.4. Strujanje realnog fluida kroz cjevovod.....	49
9. OPTJECANJE.....	51
10. STRUJANJE FLUIDA KROZ POROZAN SLOJ.....	59
11. MEHANIČKI MAKROPROCES.....	67
12. KARAKTERIZACIJA GRUBODISPERZNIH SUSTAVA	68
13. PROCESI SEPARACIJE U SUSTAVIMA ČVRSTO-KAPLJEVITO.....	79
13.1. Sedimentacija.....	85
13.2. Filtracija.....	89
14. MEHANIČKO MIJEŠANJE	95

1. UVOD

Kemijsko inženjerstvo jest posebna primijenjena struka koja se postupno razvila na spoju između kemije i strojarstva, a koja je danas uz elektrotehniku, građevinarstvo i strojarstvo jedna od četiriju klasičnih inženjerskih disciplina (*the big 4*) u industrijski razvijenim zemljama. Kemijsko inženjerska disciplina bavi se procesom pretvorbe (kemijska* i fizička**) te separacije tvari u vrijedne i korisne proizvode. Proces pretvorbe/separacije tvari zbiva se u omeđenoj prostornoj cjelini koju nazivamo procesnim prostorom odnosno kontrolnim volumenom (*process control volume*).

Kemijski inženjer koristi znanja iz prirodnih znanosti (kemije, fizike i biologije), općih tehničkih znanosti te poznaje i koristi matematiku i osnove ekonomike kako bi pretvorio sirovi materijal u vrijedan i koristan proizvod ciljanih primjenskih svojstava. U vrijeme kada je industrija suočena s dinamičnim te izrazito zahtjevnim tržištima, za osiguranje konkurentnosti proizvoda te poslovnog uspjeha kemijski inženjer marginalizira empirizam i koristi se znanostima u rješavanju problema. Pri tome, prepoznaje i svjestan je ograničenja resursa i potrebe zaštite okoliša. U rješavanju problema svakodnevno je suočen s mnogim obvezama i odgovornostima i blisko surađuje s osobama drugih struka u cilju postizanja željenog rezultata.

Kemijski inženjer znanstveno razumije promatrani fenomen pretvorbe (fizičke/kemijske) ili separacije tvari na različitim razinama, matematički ga opisuje i primjenjuje oboje u rješavanju znanstvenih i praktičnih problema. Time omogućuje poboljšanje kvalitete proizvoda, nove industrijske primjene te posljedično unapređenje kvalitete života i stvaranje dodatne ekonomske vrijednosti. Obveza suvremenog kemijskog inženjera jest djelovati u smjeru održivog razvoja odnosno s ciljem napretka kvalitete života danas bez kompromitiranja mogućnosti narednih generacija da zadovolje svoje buduće potrebe.

U svom radu, kemijski inženjer učestalo primjenjuje temeljna znanja kemijsko-inženjerske discipline. Koristi se bilancama tvari i energije, konceptom jediničnih operacija, znanjima o fenomenima prijenosa, separacijskim procesima, osnovama mjerenja i automatskog vođenja procesa te kemijsko-inženjerskom termodinamikom i reakcijskim inženjerstvom.

* Kemijska pretvorba tvari podrazumijeva promjenu u kemijskom identitetu (entitetu) tvari. Poznajemo je pod imenom kemijska reakcija.

** Pri fizičkoj pretvorbi tvari sadržane jedinice (čvrste čestice, mjehurići, kapljice i dr.) zadržat će svoj identitet. Jedinke mijenjaju oblik i veličinu. Moguća je promjena u morfologiji površine te poroznosti.

Jezgru obrazovanja kemijskih inženjera čine fenomeni transporta odnosno fenomeni prijenosa količine gibanja, topline i tvari. Pojam fenomeni prijenosa javlja se po prvi puta pedesetih godina prošlog stoljeća. Do tada procesi su sagledavani isključivo empirijskim opisima te konceptom jediničnih operacija. Inženjeri su tada postali krajnje svjesni da je za bolje razumijevanja procesa nužno učiniti odmak u pristupu i metodologiji kemijskog inženjerstva. Konceptijski odmak podrazumijevao je razumijevanje i sagledavanje specifičnog procesa primjenom fenomenoloških jednadžbi koje se temelje na tri elementarna fizikalna procesa: prijenos količine gibanja, topline i tvari. Takva konceptijska evolucija u pristupu, razmišljanju i poimanju kemijskog inženjerstva smatra se drugom paradigmom kemijskog inženjerstva i prvi je puta prezentirana u djelu *Transport Phenomena**.

Ono što dodatno čini ovu znanstvenu disciplinu drugačijom od drugih jest dijeljenje procesa u niz diskretnih jedinica tzv. operacija. Slika 1.1 shematski prikazuje tehnološki proces i mogućnost njegove podjele (dijeljenja) u diskretne jedinice procesa odnosno jedinične operacije. Vidljivo je da se prikazani tehnološki proces može dijeliti u nekoliko jediničnih operacija. Ulazni procesni tok ponekad je potrebno prethodno predobraditi i stanjem disperznosti pripremiti za proces koji slijedi. Predobrada u ovom slučaju podrazumijeva usitnjavanje čestica grubodisperznog sustava. Zatim, u procesnom prostoru slijedi miješanje praškastog sustava koje osigurava pogodne stohastičke uvjete za granuliranje sadržane čvrste tvari. Takva jedinična operacija okrupnjavanja u procesnom prostoru može biti popraćena zagrijavanjem ili hlađenjem. Izlazni procesni tok u većini slučajeva potrebno je naknadno obraditi i separacijom čvrstoga odvojiti čestice ciljane veličine. Dakle, usitnjavanje čestica, miješanje praškastog sustava, granuliranje sadržane čvrste tvari, zagrijavanje ili hlađenje te separacija čvrstoga u izlaznom procesnom toku smatraju se jediničnim operacijama jednog tehnološkog procesa.

Takav skup pravila kojima se ova disciplina, kemijsko inženjerstvo konceptualno razlikuje od drugih inženjerskih disciplina smatra se prvom paradigmom kemijskog inženjerstva**. Sve te jedinične operacije počivaju na zajedničkim znanstvenim načelima: prijenos količine gibanja, prijenos topline i tvari. Očita je bliska i neraskidiva povezanost fenomena prijenosa s konceptom jediničnih operacija. Tako poznajemo i razlikujemo:

* Byron Bird R, Stewart WE, Lightfoot EN. *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons Ltd, UK, 1960.

** Arthur D. Little, 1915. with his report to Massachusetts Institute of Technology "*The unit operations paradigm*"

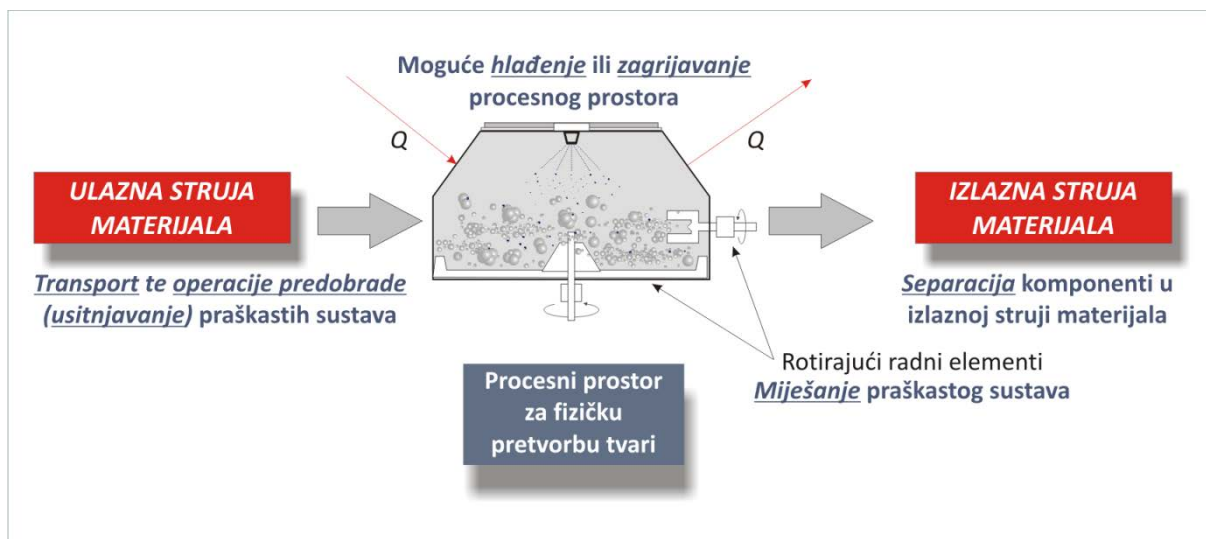
Skup pravila kojima se kemijsko inženjerska disciplina konceptualno razlikuje od drugih disciplina:

Prva paradigma – Jedinične operacije,

Druga paradigma – Fenomeni prijenosa,

Treća paradigma – Kemijsko proizvodno inženjerstvo,

Četvrta paradigma – Održivo kemijsko inženjerstvo.



Slika 1.1. Shematski prikaz tehnološkog procesa

1. Mehaničke operacije – temelje se na fenomenu prijenosa količine gibanja (usitnjavanje, aglomeriranje, miješanje, fluidizacija, filtracija i dr.),
2. Toplinske operacije – temelje se na fenomenu prijenosa topline (isparavanje, kristalizacija, destilacija, sušenje),
3. Difuzijske operacije – temelje se na fenomenu prijenosa tvari (destilacija, sušenje, ekstrakcija, apsorpcija).

Nerijetko, više fenomena prijenosa prisutno je unutar jednog procesa. Primjerice, tijekom procesa konveksijskog sušenja prisutna su sva tri fenomena prijenosa:

1. Prijenos količine gibanja – zagrijani zrak struji u određenoj geometriji iznad površine vlažnog materijala,
2. Prijenos topline – zrak predaje toplinsku energiju vlažnom materijalu,
3. Prijenos tvari – vlaga se prenosi prema površini materijala i s površine tvari u masu fluida.

2. OPĆI ZAKON OČUVANJA

Svi fenomenološki opisi (zapisi) promjena u stvarnom svijetu temelje se na općem zakonu očuvanja. Opći zakon očuvanja dan je izrazom:

$$\frac{\text{AKUMULACIJA } X \text{ u sustavu}}{\text{jedinica vremena}} = \frac{\text{ULAZ } X \text{ u sustav}}{\text{jedinica vremena}} - \frac{\text{IZLAZ } X \text{ iz sustava}}{\text{jedinica vremena}} \pm \frac{\text{GENERACIJA } X \text{ u sustavu}}{\text{jedinica vremena}} \quad (2.1.)$$

Izraz 2.1 je najopćenitiji iskaz zakona očuvanja. Svi zakoni očuvanja uključujući i populacijsku bilancu izvode se i slijede iz izraza 2.1 i smatraju se izvedenicama općeg zakona očuvanja. Uzevši u obzir da je ovo generalni oblik zakona očuvanja primjenjiv na sve sustave u stvarnom svijetu, X odgovara količini gibanja, tvari i energije, ali isto tako i količini novaca te količini jedinki gdje jedinice predstavljaju sve ono što ima svoj identitet (entitet). U tom smislu pod pojmom jedinice podrazumijevamo čvrste čestice, kapljice, mjehuriće, granule, pelete, viruse, stanice, polimere pa čak i ljude. Također, sustav u ovom općenitom zapisu jest široki pojam. Pod sustavom podrazumijevamo promatrani i omeđeni dio prostora kroz koji tijekom određenog vremena se ostvaruje tok neke količine X . To može biti: država, grad, koncern, tvornica, aparatura, djelić te aparature, destilacijska kolona ili djelić te destilacijske kolone (tavan kolone), reaktor za provedbu kemijske reakcije, djelić tog reaktora, posuda za miješanje, cijev kroz koju protječe fluid ili segment te cijevi, katalizator odnosno djelić tog katalizatora ili infinitezimalno mali volumni element reaktora, katalizatora i dr.

Ukoliko se zakon očuvanja postavlja na razini čitavog procesnog prostora (čitavog volumena reaktora, posude za miješanje u cijelosti i sl.) tada govorimo o primjeni makroskopske bilance. U slučaju da se zakon očuvanja definira za mikroprostor, infinitezimalno malenog volumnog elementa dV , unutar makroprostora (procesnog prostora u cijelosti) kažemo da je primijenjena mikroskopska bilanca. Ako nas zanimaju isključivo makroskopska svojstva sustava (svojstva sustava u cijelosti) poput srednje koncentracije ili srednje temperature u odabranom kontrolnom volumenu razmatrat će se makroskopski kontrolni volumen (čitav reaktor, čitavo zrno katalizatora), a bilanca će nužno biti makroskopska. No, ukoliko su od interesa mikroskopska svojstva sustava odnosno ako nas zanima kakva je raspodjela (profil) koncentracije odnosno temperature po procesnom prostoru promatra se infinitezimalno maleni volumni element prostora dV . Dakle, ako nas zanima kako se mijenja promatrano svojstvo sustava (koncentracija, temperatura, raspodjela veličina čestica) s prostornim koordinatama procesnog prostora (x, y, z) koristit će se mikroskopska bilanca.

Važno je istaći da generacija (jedn. 2.1) podrazumijeva nastajanje i nestajanje. Ovdje riječ generacija ne treba tumačiti slijepo kao stvaranje već kao ukupnost nastajanja (*production*) i nestajanja (*consumption*) neke količine X u promatranom sustavu u jedinici vremena. Dakle,

OPĆI ZAKON OČUVANJA

nastajanje se smatra pozitivnom generacijom, a nestajanje negativnom generacijom kao što je i to naznačeno u jedn. 2.1.

U kontekstu fenomena prijenosa, količina X predstavlja količinu gibanja, tvari ili energije, a sustav jest procesni prostor volumena V , dok se opći zakon očuvanja promatra s makroskopskog stajališta. Slika 2.1 shematski prikazuje procesni prostor s ulaznim i izlaznim procesnim tokom kroz koji tokom određenog vremena se prenosi količina gibanja, tvari ili energije. Tada, makroskopska bilanca za očuvanje količine gibanja, energije i mase glasi:

$$V \cdot \frac{dX_V}{dt} = \dot{V}_{ul} \cdot X_{V,ul} - \dot{V}_{iz} \cdot X_{V,iz} + V_r \quad (2.2.)$$

gdje je:

\dot{V} – protok, $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$

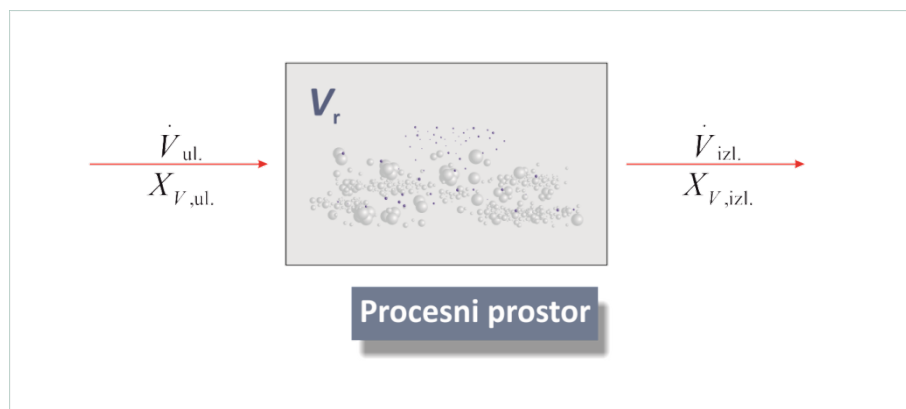
V_r – generirana količina gibanja, tvari ili energije X u kontrolnom volumenu/procesnom prostoru (nastajanje ili nestajanje količine X), $X \text{ s}^{-1}$

X_V – količina gibanja, tvari ili energije iskazana po jedinici volumena procesnog prostora.

U uvjetima prijenosa količine gibanja X_V odgovara $\frac{m \cdot v}{V} = v \cdot \rho$ (N s m^{-3}), pri prijenosu toplinske energije X_V jest $\frac{Q}{V}$ (J m^{-3}), a kod fenomena prijenosa tvari odgovara $\frac{m}{V}$ (kg m^{-3}) ili $\frac{n}{V}$ (mol m^{-3}).

Također, valja istaknuti fizikalno značenje umnoška $\dot{V} \cdot X_V = \frac{V}{t} \cdot \frac{X}{V} = \frac{X}{t}$ odnosno da je smisao navedenog produkta tok:

1. Prijenos količine gibanja – $\dot{V} \cdot X_V = \dot{V} \cdot \frac{m \cdot v}{V} = \frac{m \cdot v}{t}$ (kg m s^{-2}),
2. Prijenos topline – toplinski tok (tok topline) $\dot{V} \cdot X_V = \dot{V} \cdot \frac{Q}{V} = \frac{Q}{t}$ ($\text{J s}^{-1} = \text{W}$),
3. Prijenos tvari – maseni tok (protok) $\dot{V} \cdot X_V = \dot{V} \cdot \frac{m}{V} = \frac{m}{t}$ (kg s^{-1}).



Slika 2.1. Shematski prikaz procesnog prostora s ulaznim i izlaznim procesnim tokom

3. STACIONARNI I NESTACIONARNI PROCESI

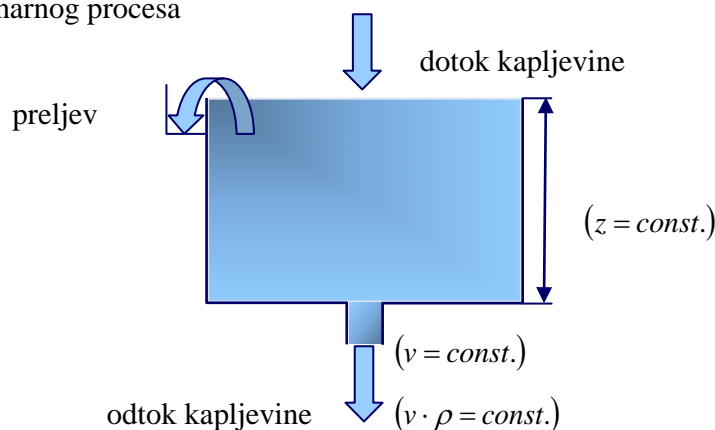
Ovisno o promjeni karakteristične veličine sustava X_V s vremenom razlikujemo stacionarne i nestacionarne procese:

1. Stacionaran proces $\frac{dX_V}{dt} = 0$,
2. Nestacionaran proces $\frac{dX_V}{dt} \neq 0$.

Ukoliko se karakteristična veličina sustava (količina gibanja, tvari ili energije) iskazana po jedinici volumena procesnog prostora ne mijenja (nepromjenjiva je) i stalna je s vremenom govori se o stacionarnom procesu. Suprotno, ako se karakteristična veličina sustava X_V mijenja u vremenu razumijeva se nestacionaran proces.

U svrhu pojašnjenja različitosti među karakterističnim procesima promotrit će se sustav istjecanja kapljevine iz spremnika.

Primjer stacionarnog procesa



Slika 3.1. Prikaz stacionarnog istjecanja kapljevine iz spremnika

Razmatra se istjecanje kapljevine iz spremnika (Slika 3.1) kroz maleni otvor na njegovu dnu. Za vrijeme razmatranja kapljevina se stalno dovodi u spremnik, a preljev osigurava stalnu razinu kapljevine u spremniku. Koristeći Torricellijev zakon dokazat će se da u ovakvim uvjetima kapljevina istječe stacionarno iz spremnika. Torricellijev zakon jasno nalaže da je brzina istjecanja kapljevine jednaka brzini slobodnog pada i to s visine koja odgovara stupcu kapljevine u spremniku:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \quad (3.1.)$$

STACIONARAN VS. NESTACIONARAN PROCES

U uvjetima stalne razine kapljevine u spremniku ($z = const.$) slijedi temeljem Torricellijeva zakona da je i brzina istjecanja kapljevine stalna s vremenom ($v = const.$) uz pretpostavku nepromjenjivosti ubrzanja sile teže s vremenom. U slučaju nepromjenjive gustoće proizlazi da je i količina gibanja stalna odnosno nepromjenjiva s vremenom ($v \cdot \rho = const.$) što matematički zapisujemo običnim diferencijalom:

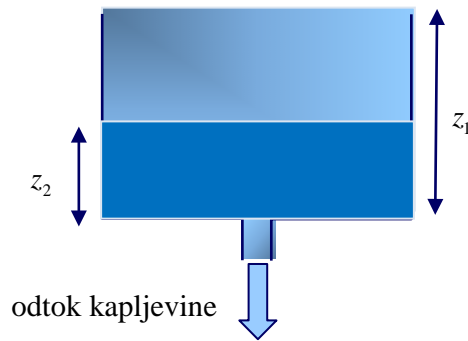
$$\frac{d(v \cdot \rho)}{dt} = 0 \quad (3.2.)$$

Uzevši u obzir odrednicu stacionarnog procesa:

$$\frac{dX_v}{dt} = 0 \quad (3.3.)$$

jasno se iščitava da je proces u tom slučaju stacionaran.

Primjer nestacionarnog procesa



Slika 3.2. Prikaz nestacionarnog istjecanja kapljevine iz spremnika

U slučaju da se kapljovina ne dovodi u spremnik (Slika 3.2) samo istjecanje smatra se nestacionarnim. Razina odnosno visina stupca kapljevine mijenja se s vremenom $z = f(t)$.

U početku istjecanja, razina kapljevine u spremniku jednaka je z_1 tako da je i brzina istjecanja kapljevine iz spremnika:

$$v_1 = \sqrt{2gz_1} \quad (3.4.)$$

Nakon određenog vremena t , razina kapljevine u spremniku smanjila se na z_2 pa je i brzina istjecanja manja:

$$v_2 = \sqrt{2gz_2} \quad (3.5.)$$

Brzina istjecanja kapljevine, ovisna o razini kapljevine, sada ovisi o vremenu $v = f(t)$. U uvjetima nepromjenjive gustoće proizlazi da je i količina gibanja nestalna odnosno promjenjiva s vremenom $v \cdot \rho = f(t)$ što matematički zapisujemo običnim diferencijalom:

STACIONARAN VS. NESTACIONARAN PROCES

$$\frac{d(v \cdot \rho)}{dt} \neq 0 \quad (3.6.)$$

Uzevši u obzir odrednicu nestacionarnog procesa:

$$\frac{dX_v}{dt} \neq 0 \quad (3.7.)$$

jasno je da je proces u tom slučaju nestacionaran.

4. GUSTOĆA TOKA

Pretpostavimo da u određenom sustavu, primjerice destilacijskoj koloni, egzistira (prisutan je) fenomen prijenosa količine topline ili tvari (kemijskog entiteta). Tada, potrebno je odgovarajućom veličinom kvantitativno ukazati i iskazati koliko se topline ili tvari prenijelo u određenom vremenu. I u tu svrhu koristimo se gustoćom toka odnosno fluksom. Gustoća toka (fluks) jest svojstvo promatranog sustava u kojem se odvija fenomen prijenosa s određenim fizikalnim značenjem. Ta veličina ukazuje na doseg promatranog fenomena prijenosa u određenom vremenskom periodu. Za svaki sustav u kojem se odvija jedan od fenomena prijenosa definira se fluks odnosno gustoća toka. Tako postoje i razlikujemo:

1. Gustoća toka (fluks) količine gibanja,
2. Gustoća toka (fluks) topline ili gustoća toplinskog toka te toplinski fluks,
3. Gustoća toka (fluks) tvari – molna ili masena.

Opća definicija gustoće toka ϕ proizlazi iz izraza:

$$\phi = \frac{X}{A \cdot t} \quad (4.1.)$$

gdje je X količina gibanja, tvari ili topline. Dakle, fluks predstavlja količinu prenesene tvari ili količinu prenesene topline ili prenesenu količinu gibanja iskazanu po jedinici površine i vremena. Valja naglasiti da je fluks vektorska veličina određena svojim iznosom i smjerom. Iznos fluksa ukazuje na količinu prenesenog (jedin. 4.1), a ono što fluks čini vektorskom veličinom jest što dodatno ukazuje na smjer prijenosa. Vidjet će se kasnije da je to smjer negativnog gradijenta brzine, temperature ili koncentracije.

Da bi došlo do prijenosa u sustavu mora postojati razlika karakterističnog svojstva sustava odnosno do prijenosa dolazi samo ukoliko postoji pokretačka sila. Da bi došlo do fenomena prijenosa količine gibanja u određenom sustavu mora postojati razlika u količini gibanja odnosno u brzini. Isto tako do prijenosa topline s toplijeg na hladnije tijelo dolazi uslijed sadržane razlike u temperaturi, a do prijenosa tvari zbog razlike u koncentraciji odnosno razlici kemijskih potencijala. No, svakoj pokretačkoj sili protivi se određeni otpor prijenosu. Takav odnos pokretačke sile i otpora prijenosu smatra se fluksom:

$$\phi = \kappa \cdot \frac{\Delta}{y} \quad (4.2.)$$

gdje je:

Δ – pokretačka sila procesa prijenosa,

y – otpor prijenosu definiran kao udaljenost točaka u prostoru između kojih se odvija prijenos,

κ – transportni koeficijent ovisan o prirodi tvari.

GUSTOĆA TOKA

Iz jedn. 4.2 zaključuje se da je veći fluks (veća količina prenesenog) ostvariv u uvjetima veće pokretačke sile te manjeg otpora fenomenu prijenosa. Prema tome da bi se u određenom sustavu ostvario veći fluks ili poboljšao prijenos potrebno je voditi proces u uvjetima veće pokretačke sile, a otpore prijenosu umanjiti. Upravo *tim odnosom (jedn. 4.2) vode se i služe mnogi kemijski inženjeri kako bi intenzivirali sadržane prijenose topline ili tvari, a same procese (mehaničke makroproces, te toplinske i ravnotežne separacijske procese) učinili djelotvornijima*. Opći izraz za gustoću toka primjenjiv je u mnogim drugim situacijama, ne nužno vezanim uz područje kemijskog inženjerstva ili inženjerstva općenito.

Opći izraz za gustoću toka (jedn. 4.2) podsjeća i primjetno je sličan s Ohmovim zakonom:

$$I = \frac{U}{R} \quad (4.3.)$$

gdje je:

I – jakost električne struje,

U – električni napon,

R – električni otpor.

Prema Ohmovu zakonu jakost električne struje jest omjer električnog napona i električnog otpora. Da bi se u potpunosti uočila nedvojbeno sličnost Ohmova zakona i općeg izraza za gustoću toka ponovit će se određeni pojmovi vezani uz područje elektrotehnike. Električna struja je usmjereni tok električnog naboja (*the flow of electric charge*). Nadalje, jakost električne struje odgovara količini naboja koja prođe kroz poprečni presjek vodiča u vremenu t :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (4.4.)$$

Električni napon smatra se razlikom elektrodnih potencijala. Dakle, električna struja odgovara fenomenu prijenosa i to prijenosa električnog naboja s jedne na drugu stranu vodiča. Da bi došlo do takvog prijenosa električnog naboja mora postojati razlika karakteristističnog svojstva sustava, u ovom slučaju razlika elektrodnih potencijala. Ako ne postoji razlika potencijala odnosno nema napona neće niti biti električne struje odnosno neće doći do toka, prijenosa električnog naboja. Stoga, napon kao razliku određenog svojstva sustava poimamo kao pokretačku silu za električnu struju odnosno za fenomen prijenosa električnih naboja. Toj pokretačkoj sili odnosno fenomenu prijenosa naboja protivi se otpor, električni otpor R . U ovoj analogiji jakost električne struje odgovara fluksu odnosno gustoći toka naboja budući da ta veličina ukazuje na količinu prenesenog električnog naboja u jedinici vremena (jedn.4.4).

5. MEHANIZMI PRIJENOSA

Postoje i razlikujemo dva mehanizma prijenosa: molekularni i vrtložni. Količina gibanja, tvari ili topline prenosi se:

1. Molekularnim mehanizmom ili
2. Vrtložnim mehanizmom ili
3. Spregom oba mehanizma.

U slučaju prisutnosti oba mehanizma potrebno je znati koji dominira odnosno prevladava. Vidjet će se u nastavku materijala da zastupljenost mehanizma značajno ovisi o hidrodinamičkim uvjetima u sustavu te da postoje veličine kojima se ukazuje na činjenicu koji mehanizam prevladava:

1. Reynoldsova značajka kod fenomena prijenosa količine gibanja,
2. Nusseltova značajka za fenomen prijenosa topline,
3. Sherwoodova značajka pri prijenosu tvari.

Molekularni mehanizam podrazumijeva prijenos koji se zasniva na slučajnom Brownovom gibanju* molekula, a ostvaruje se prijenosom s molekule na molekulu. Budući da se ovaj mehanizam prijenosa zasniva na nasumičnom odnosno stohastičkom** fenomenu često se i naziva statističkim prijenosom. Vrijednosti fluksa ostvarive pri ovakvom prijenosu su malene. Važno je shvatiti da je molekularni mehanizam prijenosa moguć samo u uvjetima uspostave prostornog gradijenta određenog svojstva sustava odnosno ako se u nekom sustavu na određenoj udaljenosti uspostavi razlika karakterističnog svojstva sustava (v , T , c). Dakle, statistički transport je uzrokovan prostornim gradijentom brzine, temperature te koncentracije.

Vrtložni mehanizam podrazumijeva prijenos koji se ostvaruje grupama molekula. Vrlo često se naziva konvektivnim transportom. Vrijednosti fluksa ostvarive pri ovakvom prijenosu su znatno veće no li kod molekularnog mehanizma. Veće gustoće toka rezultat su većih pokretačkih sila ili pripadajućih koeficijenata. Važna karakteristika vrtložnog mehanizma prijenosa odnosno konvektivnog transporta jest da je ostvariv odnosno moguć samo u uvjetima strujanja (gibanja) fluida (*due to the fluid flow*). Ukoliko fluid miruje ($v = 0$) nema konvektivnog transporta.

* Brownovo gibanje (istoznačnica *pedesis*) je nasumično, stohastičko kretanje jedinki u fluidu. Ovaj fenomen dobiva naziv po botaničaru Robertu Brownu. Naime, upravo je R. Brown prvi uočio i detektirao takav fenomen promatrajući mikroskopom zrnje peludi u vodi. Primijetio je da se čestice peludi gibaju u vodi bez ikakvog reda, smisla odnosno mehanizma.

** Stohastičko (istoznačnica nasumično) kretanje jedinki jest ono kod kojeg i da znamo početnu poziciju (lokaciju) svake jedinke (molekule, čestice) u prostoru ne možemo ni na koji način predvidjeti njihov daljni put (smjer).

MEHANIZMI PRIJENOSA

Tablicom 5.1 dane su bitne karakteristike odnosno odrednice pojedinih mehanizama prijenosa, ali i neraskidivo se povezuju mehanizmi prijenosa s pojmovima laminarnog i turbulentnog strujanja, kondukcije i konvekcije te difuzije. Budući da studentima još nisu prikazana znanja vezana uz gore navedene pojmove, detaljno pojašnjenje poveznica uslijedit će u nastavku materijala.

Tablica 5.1. Poveznice mehanizama s načinima prijenosa količine gibanja, topline i tvari

<u>FENOMEN PRIJENOSA</u>	<u>MOLEKULARNI MEHANIZAM PRIJENOSA</u>	<u>MOLEKULARNI & VRTLOŽNI MEHANIZAM PRIJENOSA</u>	<u>VRTLOŽNI MEHANIZAM PRIJENOSA</u>
<i>PRIJENOS KOLIČINE GIBANJA</i>	Laminarno strujanje (laminarni hidrodinamički režim)	Prijelazno i turbulentno strujanje	Izrazito turbulentno strujanje (razvijena turbulencija)
<i>PRIJENOS TOPLINE</i>	Kondukcija	Prolaz topline	Konvekcija
<i>PRIJENOS TVARI</i>	Difuzija	-	Konvekcija

U nastavku pokazat će se kako se gustoća toka (fluks) izražava kod molekularnog i vrtložnog mehanizma prijenosa općenito te za pojedine fenomene transporta: prijenosa količine gibanja, tvari te topline. Matematički opisi molekularnog i vrtložnog mehanizma prijenosa bit će detaljno objašnjeni u nastavku nastavnog materijala. Autor smatra da je već u ovoj ranoj fazi, kada studentima još nisu prezentirana pripadajuća znanja, poučno matematički opisati oba mehanizma prijenosa za sva tri fenomena transporta. Time, uvidjet će se neosporna sličnost zakonitosti te nezaobilazna analogija u proučavanju i poimanju fenomena prijenosa. Takvo proučavanje fenomena prijenosa sa stajališta sličnosti i prisutnih analogija u matematičkim opisima je karakteristika fenomenološkog razmatranja fenomena prijenosa i odrednica kojom se ovakav pristup konceptualno razlikuje od ostalih.

Matematički opis molekularnog mehanizma prijenosa

Gustoća toka kod molekularnog mehanizma prijenosa opisuje se i iskazuje općim izrazom za gustoću toka (jedn. 4.2). Ovisno o fenomenu prijenosa koji se promatra definiraju se transportni koeficijenti κ :

- kinematička difuzivnost, ν kod fenomena prijenosa količine gibanja,
- temperaturna difuzivnost, a kod prijenosa topline,
- difuzivnost tvari, D kod fenomena prijenosa tvari.

Pokretačke sile fenomena prijenosa iskazane po jedinici volumena procesnog prostora dane su izrazima:

- razlika količine gibanja $\Delta(v \cdot \rho) = \Delta\left(\frac{m \cdot v}{V}\right) = X_v \quad [\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}]$
- razlika sadržaja topline $\Delta(\rho \cdot c_p \cdot T) = \Delta\left(\frac{m \cdot c_p \cdot T}{V}\right) = X_v \quad [\text{J m}^{-3}]$
- razlika masene koncentracije $\Delta\gamma = \Delta\left(\frac{m}{V}\right) = X_v \quad [\text{kg m}^{-3}] \quad (5.1.)$

Gustoća toka količine gibanja

Prema Newtonovom zakonu viskoznosti:

$$\tau = -\nu \cdot \frac{d(v \cdot \rho)}{dy} \quad (5.2.)$$

gdje su:

- τ - smično naprezanje, odnosno gustoća toka količine gibanja, N m^{-2} (Pa)
- ν - kinematička viskoznost fluida, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
- y - udaljenost, m
- $v \cdot \rho = \frac{m \cdot v}{V}$ - količina gibanja po jedinici volumena procesnog prostora, $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$

Gustoća toka topline

Prema Fourierovom zakonu:

$$q = -\lambda \cdot \frac{dT}{dy} \quad (5.3.)$$

Budući da se koeficijent toplinske vodljivosti tvari može izraziti na sljedeći način:

$$\lambda = a \cdot \rho \cdot c_p \quad (5.4.)$$

jednadžba 5.3 poprima oblik:

$$q = -a \cdot \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} \quad (5.5.)$$

gdje su:

- q - gustoća toplinskog toka, W m^{-2}
- a - koeficijent temperaturne vodljivosti, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
- c_p - specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
- $\rho \cdot c_p \cdot T$ - sadržaj topline po jedinici volumena procesnog prostora, $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Gustoća toka tvari

Prema Fickovom zakonu:

$$n = -D \cdot \frac{d\gamma}{dy} \quad (5.6.)$$

gdje su:

- n - gustoća toka tvari, $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$
- D - koeficijent difuzije, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
- γ - masena koncentracija, kg m^{-3} .

U gore navedenim jednadžbama (5.2, 5.3, 5.5 i 5.6) predznak minus (-) podrazumijeva da se prijenos odvija u smjeru smanjenja količine gibanja, temperature ili koncentracije.

Matematički opis vrtložnog mehanizma prijenosa

Pri iskazivanju gustoće toka odnosno fluksa pri vrtložnom mehanizmu prijenosa koristimo se također općim izrazom za gustoću toka (jedn. 4.2) kao što je to i slučaj kod molekularnog mehanizma prijenosa, no uz jednu značajnu razliku. Ovdje, koeficijenti prijenosa ne ovise samo o prirodi tvari već dolazi do izražaja i utjecaj okruženja, geometrije sustava i hidrodinamičkih uvjeta u sustavu. Tada, koeficijent prijenosa zapisujemo:

$$\phi = \frac{\kappa}{y} \cdot \Delta = \kappa' \cdot \Delta \quad (5.7.)$$

Koeficijenti prijenosa određuju se empirijski. U nekim slučajevima kada se ne mogu egzaktno odrediti određene zakonitosti u kojima se pojavljuju teško određivi koeficijenti, potrebno je primijeniti pristup dimenzijske analize.

Gustoća toka količine gibanja

$$\tau = f \cdot \frac{v^2 \cdot \rho - v_s^2 \cdot \rho}{2} = f \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (5.8)$$

gdje su:

- $\frac{v^2 \cdot \rho}{2}$ - dinamički tlak (kinetička energija fluida iskazana po jedinici volumena), J m⁻³
 f - koeficijent proporcionalnosti (trenja)
 v - brzina gibanja, m s⁻¹
 v_s - brzina gibanja fluida uz stjenku (uz uvjet da nema pojave klizanja $v_s = 0$), m s⁻¹

Gustoća toka topline

$$q = \alpha \cdot (T - T_s) \quad (5.9)$$

gdje je:

- α - koeficijent prijelaza topline, W m⁻² K⁻¹
 T - temperatura, K
 T_s - temperatura stjenke, K

Gustoća toka tvari (masena ili molna)

$$\dot{m}_A = k \cdot (\gamma - \gamma_s) \quad (5.10.)$$

ili

$$\dot{n}_A = k \cdot (c - c_s) \quad (5.11.)$$

gdje je:

- k - koeficijent prijenosa tvari, m s⁻¹
 γ - masena koncentracija, kg m⁻³
 γ_s - masena koncentracija uz stjenku, kg m⁻³
 c - molna koncentracija, mol m⁻³
 c_s - molna koncentracija uz stjenku, mol m⁻³.

Fenomen prijenosa količine gibanja

5. FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Prijenos količine gibanja jest izrazito širok pojam i fenomen koji se događa svugdje oko nas, svakodnevno. Uistinu je mnogo primjera prijenosa količine gibanja iz naše svakodnevnice: sudar automobila, igra bilijara, redukcija impulsa u zračnim jastucima pri spašavanju života ljudi pri sudarima itd. Newtonovo njihalo, prikazano na slici 5.1, jest izvrstan, školski primjer fenomena prijenosa količine gibanja. Newton je osmislio ovo njihalo kako bi zorno predočio fenomen prijenosa količine gibanja s jedne kuglice na drugu u trenutku sudara. No, Newtonovim njihalom pojasnio je i predočio zakon očuvanja količine gibanja: količina gibanja izoliranog sustava je konstantna, odnosno ukupna promjena količine gibanja u vremenu unutar izoliranog sustava jednaka je nuli. Uzevši u obzir da prvi diferencijal količine gibanja s vremenom odgovara sili, jasno proizlazi dodatno tumačenje zakona očuvanje količine gibanja: suma svih sila u promatranom sustavu jednaka je nuli.



Slika 5.1. Newtonovo njihalo

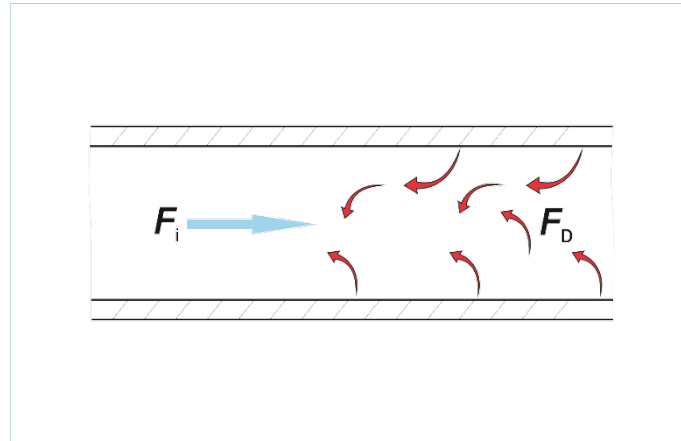
U okviru ovog kolegija te znanstvenih disciplina Mehanika fluida te Mehaničko procesno inženjerstvo sagledava se i poima isključivo tematika prijenosa količine gibanja u fluidima odnosno pri gibanju (strujanju) fluida (u hidrodinamskim sustavima). Kada se govori o prijenosu količine gibanja u hidrodinamskim sustavima* razmatraju se i pomno sagledavaju četiri karakteristična slučaja gibanja (strujanja) fluida:

1. PROTJECANJE,
2. OPTJECANJE,
3. STRUJANJE U MIJEŠALICI,
4. STRUJANJE KROZ POROZNU SREDINU (STRUKTURU) ODNOSNO KROZ SLOJ ČVRSTOGA.

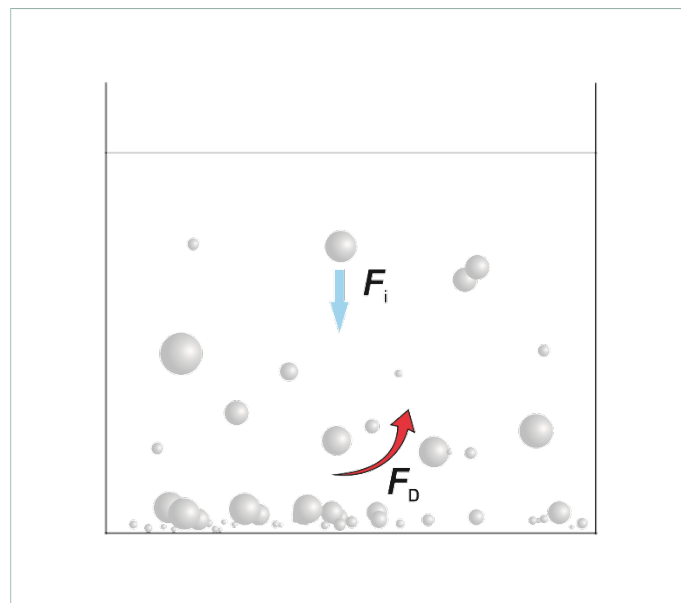
* Hidrodinamski sustavi su sustavi u kojima struji (giba se) fluid.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

U nastavku će za svaki od gore navedenih tipova strujanja fluida u različitim okruženjima (slike 5.2-5.6) biti navedene glavne karakteristike (značajke) odnosno odrednice. Detaljno pojašnjenje i poimanje svakog strujanja fluida bit će sadržano pripadajućim poglavljima.



Slika 5.2. Karakterističan slučaj strujanja fluida u cijevi (protjecanje)



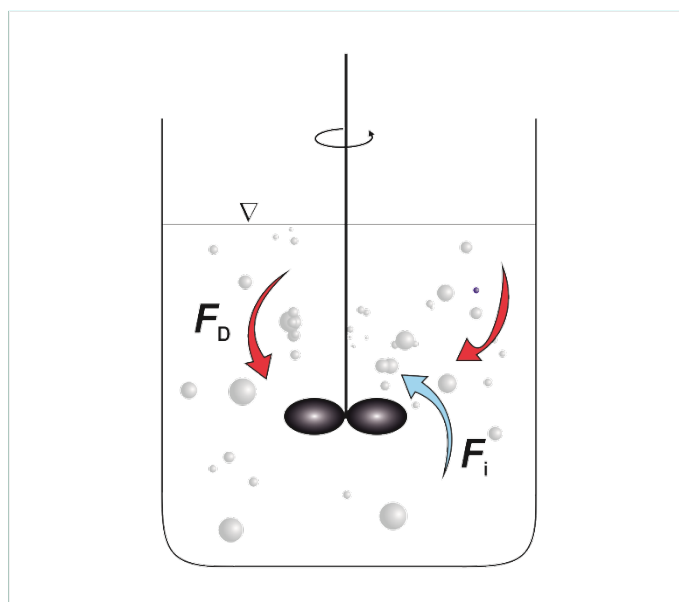
Slika 5.3. Karakterističan slučaj optjecanja

Svakom karakterističnom slučaju strujanja fluida prethodi određena pokretačka sila bez koje uopće nije niti moguće gibanje fluida u danoj geometriji. No, svakoj pokretačkoj sili F_i protivi se određena sila otpora F_D . U svrhu intenziviranja strujanja fluida u danom okruženju potrebno je povećati pokretačku silu te umanjiti otpore fenomenu strujanja. Otpori se pripisuju svakoj sastavnici promatranog sustava, fluidu te čvrstom tijelu u sustavu (cijevi, čestice, posude za miješanje, sloj čvrstih čestica). Otpor na strani realnog fluida naziva se viskoznošću, a otpor

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

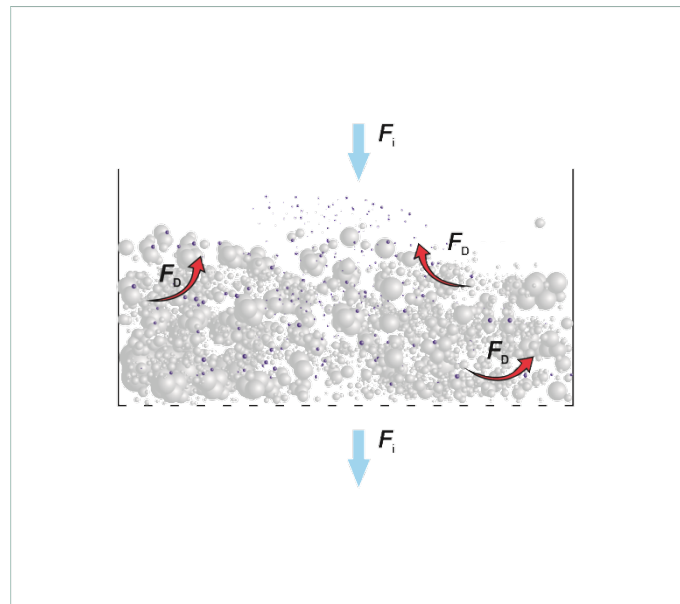
čvrstoga iskazan je prikladnom geometrijskom značajkom (relativna hrapavost cijevi, oblik tijela iskazan sfericitetom, simpleksima sustava za miješanje, poroznošću sloja čvrstoga). Viskoznost fluida pojašnjava se u sljedećem poglavlju.

Pri protjecanju fluid struji (giba se) kroz cijev ili uređaju uslijed razlike tlakova. U slučaju izostanka takve razlike tlakova ne dolazi do protjecanja fluida kroz geometriju cijevi. No, toj sili tlaka protive se otpori viskoznosti fluida i relativne hrapavosti cijevi. Optjecanje jest relativno gibanje čvrstog tijela ili fluida kojom prethodi pokretačka sila i to sila inercije za slučaj opstrujavanja čvrste čestice i razlika u gustoći čvrstih čestica i fluida za slučaj gibanja čvrste čestice u mirujućem fluidu. No, ovoj pokretačkoj sili se također protive otpori viskoznosti fluida i oblika čvrstog tijela koje se giba relativno u odnosu na fluid. Miješanju fluida u posudi prethodi pokretačka sila, sila inercije koja se dobavlja miješalom koje posljedično mehanički uzgibava sadržan fluid. No, viskoznij fluid je kudikamo teže dobro uzmiješati. Stoga, valja za uspješno miješanje osigurati dovoljno veliku pokretačku silu da nadvlada otpor viskoznosti fluida i nepovoljne geometrije miješalice. Za uspješno strujanje fluida kroz sloj čestica (nepokretan i fluidizirajući) valja savladati otpor viskoznosti fluida (kapljevine kod filtracije ili zraka kod fluidizacije) te otpor koji pruža ta porozna sredina (filtarsko sredstvo, filtarsko kolač kao polidisperzni sustav čvrstoga ili sloj čvrstih čestica).

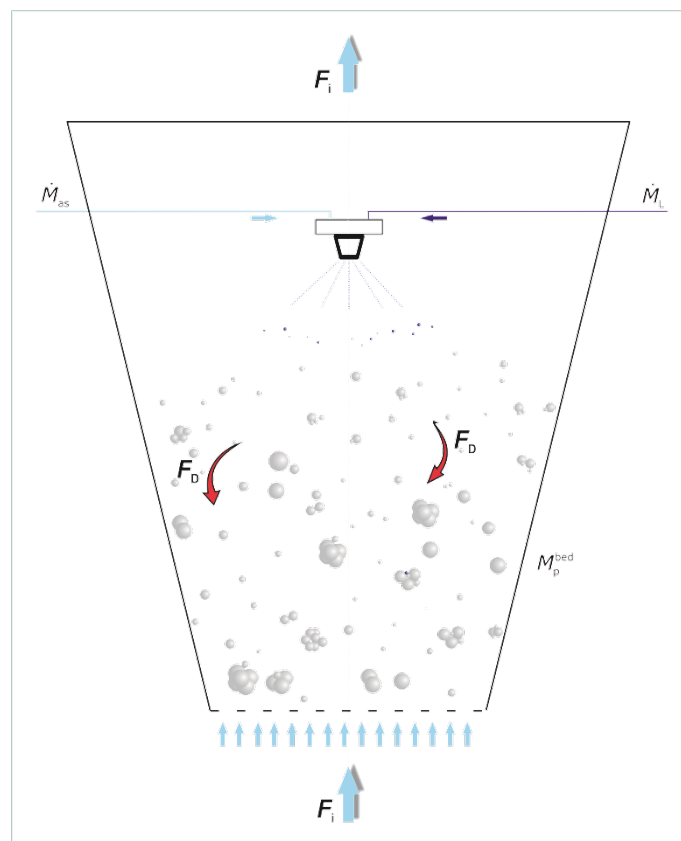


Slika 5.4. Karakterističan slučaj strujanja u miješalici

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA



Slika 5.5. Karakterističan slučaj strujanja fluida kroz fiksni (nepokretan) porozan sloj



Slika 5.6. Karakterističan slučaj strujanja fluida kroz fluidizirajući (pokretan) porozan sloj

U svrhu boljeg i potpunijeg razumijevanja svih karakterističnih slučajeva gibanja (strujanja) fluida potrebno je prethodno pojasniti i pomno sagledati pojam viskoznosti fluida kao neminovnog otpora strujanju fluida u geometrijama cijevi, miješalice ili poroznog sloja.

6. VISKOZNOST FLUIDA

Fluid ili tekućina* je tvar koja se pod djelovanjem smičnog naprezanja, ma koliko god malenog bilo, neprekidno deformira. Pod smičnim naprezanjem smatra se tangencijalna komponenta površinske sile podijeljena s površinom. Ta neprekidna deformacija o kojoj se govori u samoj definiciji fluida jest ireverzibilna i nazivamo ga strujanjem fluida. Dakle, pri svakom strujanju fluida dolazi do nepovratne smične deformacije fluida. Fluid se opire toj deformaciji pri svakom svom strujanju. I upravo viskoznost jest to svojstvo otpornosti fluida prema smičnoj deformaciji. Fundamentalno, viskoznost ukazuje na jakost interakcija među elementima (slojevima) fluida odnosno mjera je interakcija među molekulama fluida. Što su te interakcije među pojedinim slojevima fluida izraženije odnosno što je viskoznost fluida veća, to se on više opire deformaciji pri svom strujanju u određenoj geometriji. Za razliku od fluida, čvrsto (elastično) tijelo se nakon deformiranja pod djelovanjem smičnog naprezanja (do određene granice), nakon prestanka djelovanja smičnog naprezanja vraća u početni oblik. U fluide ubrajamo kapljevine** (*liquids*) te plinove (*gases*). Dakle, viskoznost je svojstvo fluida kojim se opire smičnoj deformaciji. Recipročno svojstvo viskoznosti fluida naziva se fluidnost.

Za pojašnjenje svojstva viskoznosti fluida promotrimo i zamislimo realni fluid*** između dvije (slika 6.1) čvrste plohe od kojih je jedna fiksna, a donja se giba brzinom v jer na nju djeluje sila inercije F . Nakon nekog vremena, pomicanje donje ploče brzinom v rezultira uspostavom određenog profila brzine. Uspostavlja se, govorimo, određeni profil brzine odnosno pojedini elementi fluida gibaju se različitim brzinama. Fluid ovdje razmotrimo kao skup elemenata (slojeva) fluida. Među njima postoje interakcije čiju jakost iskazujemo s viskoznošću fluida. Element fluida tik uz donju ploču biva njome povučen uslijed trenja i pokrenut u gibanje. Taj element fluida će zbog svojstva viskoznosti fluida, odnosno uslijed prisutnih interakcija među slojevima fluida, povući onaj element fluida u svom susjedstvu, iznad sebe. Kažemo da je i taj element, sloj fluida potaknut u gibanje. Na isti način uslijed svojstva viskoznosti fluida pomiču se svi elementi fluida po presjeku odnosno kažemo uspostavlja se prostorni gradijent brzine. Sila trenja, protivna sili inercije, koja nastaje kao posljedica trenja među slojevima fluida proporcionalna je prostornom gradijentu brzine, a viskoznost fluida je koeficijent proporcionalnosti u Newtonovom zakonu viskoznosti:

* Fluid i tekućina su istoznačnice. Fluid potiče od latinske riječi *fluere* što znači teći. Fluidi teku.

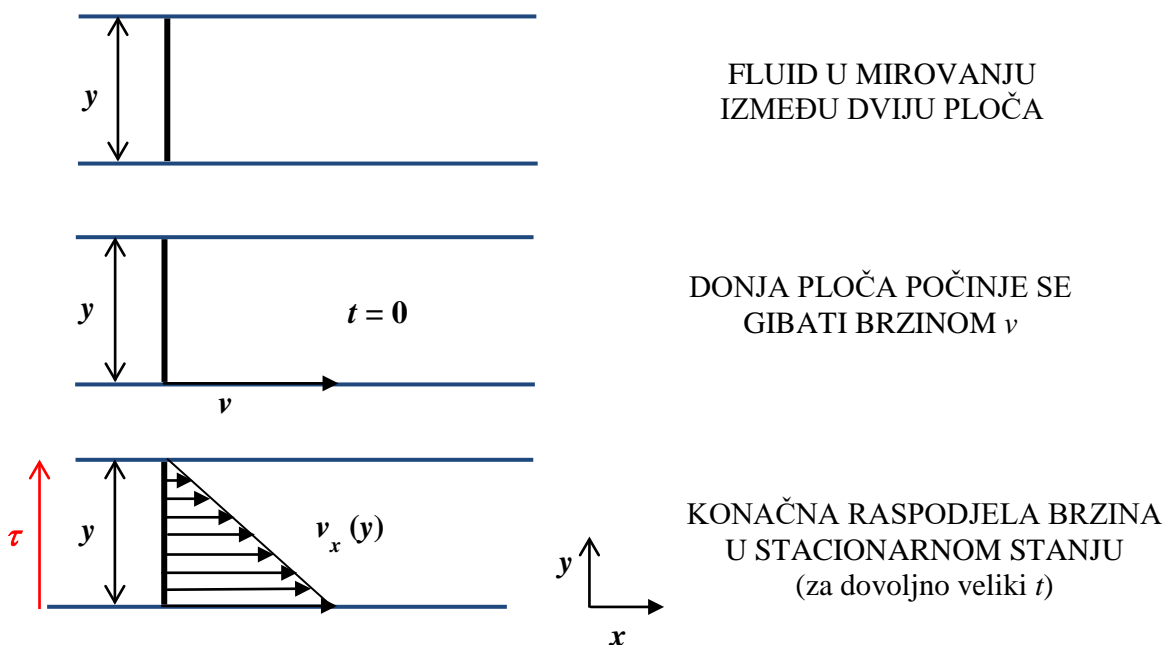
** Kapljevine kaplju.

*** Realni fluid je onaj u kojem postoje interakcije među pojedinim elementima odnosno onaj koji ima viskoznost, ma koliko god malena bila. Svi fluidi imaju viskoznost i smatraju se realnima, ma koliko god njihova viskoznost malena bila.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$F_{tr} = -\eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dy} \quad (6.1.)$$

pri čemu je S površina ploče koja je u dodiru s fluidom.



Slika 6.1. Newtonov zakon viskoznosti; pojašnjenje pojma viskoznosti fluida

Dakle, Newtonov zakon viskoznosti ukazuje da sila inercije kojom se pomiče donja ploča brzinom v je proporcionalna površini koja je u dodiru s fluidom, prostornom gradijentu brzine te viskoznosti fluida kao koeficijentu proporcionalnosti. Pri malim brzinama i vrlo malim udaljenostima ploča, umjesto dv/dy u jedn. 6.1 može se pisati v/y pa jednadžba poprima sljedeći oblik:

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{v}{y} \quad (6.2.)$$

gdje je η dinamička viskoznost fluida, a brzina se linearno mijenja s promjenom udaljenosti ploča. Dinamička viskoznost ima mjernu jedinicu Pa s. Viskoznost fluida izražava se i kinematičkom viskoznošću ν , pri čemu je veza između dinamičke i kinematičke viskoznosti fluida dana izrazom:

$$\eta = \nu \cdot \rho \quad (6.3.)$$

No, učestalo se koriste i jedinice za viskoznost *Poise* (P) ili *Stokes* (St):

$$1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa s}$$

$$1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

Iz Newtonovog zakona viskoznosti (jedn. 6.1) moguće je izraziti smično naprezanje kao omjer sile trenja i površine:

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$\tau = \frac{F_{\text{tr.}}}{S} = -\eta \cdot \frac{dv}{dy} \quad (6.4.)$$

$$\tau = \frac{F}{S} = \eta \cdot \frac{dv}{dy} \quad (6.5.)$$

Predznak (+) ili (-) postavlja se ovisno o tome promatra li se sila koja uzrokuje gibanje ili sila trenja.

Uvrštavanjem izraza za dinamičku viskoznost fluida (jedn. 6.3) u jedn. 6.1 dobiva se:

$$\tau = -v \cdot \frac{d(v\rho)}{dy} \quad (6.6.)$$

Umnožak $(v \cdot \rho)$ predstavlja količinu gibanja iskazanu po jedinici volumena procesnog prostora $((m/V) \cdot v)$, tako da izraz 6.6 zapravo predstavlja gustoću toka količine gibanja. Navedeni izraz odgovara općem izrazu za gustoću toka (jedn. 4.2):

$$\phi = \kappa \cdot \frac{\Delta}{y}$$

gdje je κ - kinematička viskoznost predstavlja koeficijent prijenosa, $\kappa = v$

- pokretačka sila je, $\Delta = d(v \cdot \rho)$

- udaljenost između ploča je otpor prijenosu $y = dy$.

Fluidi koji se ponašaju u skladu s Newtonovim zakonom viskoznosti odnosno oni kod kojih smično naprezanje linearno ovisi o prostornom gradijentu brzine nazivaju se Newtonovi fluidi.

Ovisnost smičnog naprezanja o smičnoj brzini prikazuje se reološkim dijagramom (slika 2.6.).

Ovisno o reološkom dijagramu odnosno ovisnosti smičnog naprezanja o smičnoj brzini razlikujemo sljedeće karakteristične slučajeve:

1. Elastična krutina napregnuta je proporcionalno veličini deformacije (proporcionalna sili) i ne ovisi o brzini deformacije.
2. Idealni fluid je neviskozni fluid kod kojeg ne dolazi do promjene smičnog naprezanja povećanjem smične brzine.
3. Newtonovi fluidi ponašaju se u skladu s Newtonovim zakonom viskoznosti:

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy} = \eta \cdot \dot{\gamma}$$

4. Nenevtonovi fluidi *i* ne ponašaju se u skladu s Newtonovim zakonom viskoznosti.

Binghamovi fluidi ne ispunjavaju uvjet fluida jer je potrebno određeno početno naprezanje prije nego tangencijalno (smično) naprezanje postane funkcija brzine deformacije (smične brzine). Dakle, to su plastične tvari koje se počinju ponašati kao fluidi tek nakon što je

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

premašena određena vrijednost tangencijalnog napreznja. To su npr. masti za podmazivanje, suspenzije gline, i dr. Ponašanje takvih fluida može se opisati sljedećim modelom:

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \cdot \frac{dv}{dy} \quad (6.7.)$$

gdje je τ_0 granica tečenja (popuštanja), a η_p plastična viskoznost.

Ostwald de Waelleovi fluidi opisuju se potencijalnim modelom:

$$\tau = K \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (6.8.)$$

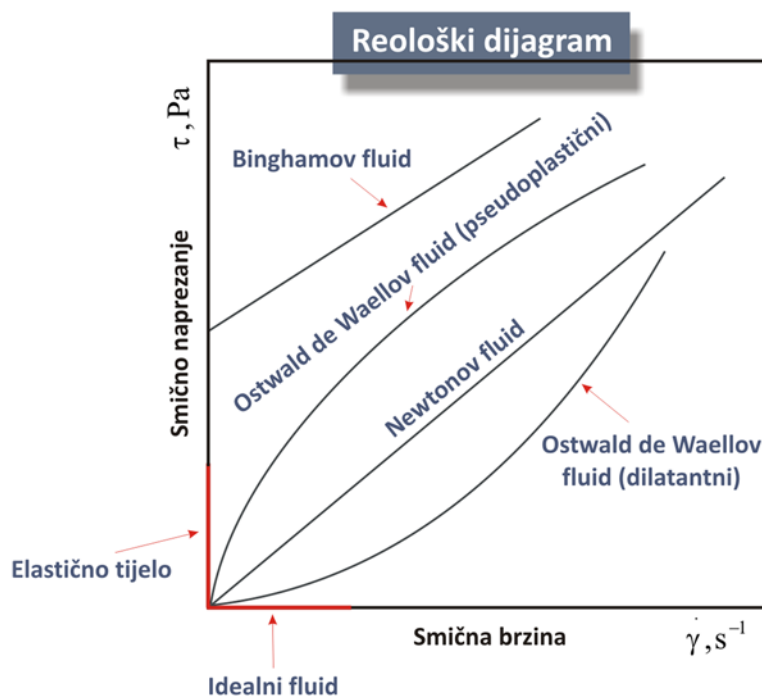
gdje je K indeks konzistencije, a n indeks ponašanja toka.

Kod tih se fluida viskoznost mijenja promjenom smične brzine pa se stoga definira prividna viskoznost

$$\eta_a = K \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \quad (6.9.)$$

Ovisno o indeksu ponašanja toka, n , razlikujemo:

1. Pseudoplastične fluide $n < 1$, viskoznost se smanjuje povećanjem smične brzine,
2. Dilatantne fluide $n > 1$ viskoznost raste povećanjem smične brzine.



Slika 6.2. Reološki dijagram

7. ZAKONI OČUVANJA PRI GIBANJU FLUIDA

Zakoni očuvanja u hidrodinamskim sustavima izvode se iz općeg zakona očuvanja (jedn. 2.1) stoga se i smatraju izvedenicama općeg zakona očuvanja.

7.1. Zakon očuvanja mase

Zakon očuvanja mase za hidrodinamske sustave naziva se i jednadžbom (zakonom) kontinuiteta. Autor skreće pažnju da se ovaj zakon često pogešno naziva bilancom mase što je besmislica. Bilanca je tvari, a zakon je o očuvanju mase budući da je masa to svojstvo sustava s kojom se iskazuje održivost te tvari.

Pri izvodu zakona očuvanja mase za karakterističan slučaj protjecanja odnosno strujanja fluida u geometriji cijevi promatra se cijev određenog volumena ili segment cijevi definiranog volumena (Slika 7.1). Upravo taj određeni dio cijevi smatra se procesnim prostorom u ovom slučaju. Polazište izvoda jest opći zakon očuvanja (jedn. 2.1) na kojem se temelje svi fenomenološki opisi promjena u stvarnom svijetu. Uzevši u obzir da je promatrani sustav procesni prostor cijevi a promatrano svojstvo sustava njegova masa proizlazi:

$$V \cdot \frac{dX_V}{dt} = \dot{V}_{ul.} \cdot X_{V, ul.} - \dot{V}_{izl.} \cdot X_{V, izl.} + V_r \quad (7.1.)$$

Količina X_V predstavlja masu iskazanu po jedinici volumena procesnog prostora odnosno gustoću:

$$X_V = \frac{m}{V} = \rho \quad (7.2.)$$

Uvrštenjem izraza 7.2 u opći zakon očuvanja (jedn. 7.1) dobiva se:

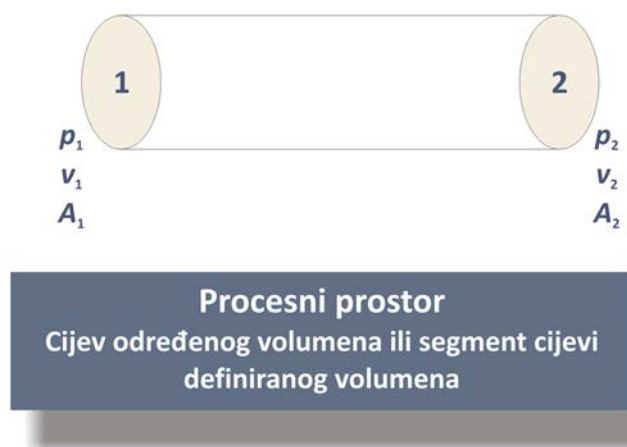
$$V \cdot \frac{d\rho}{dt} = \dot{V}_{ul.} \cdot \rho_{ul.} - \dot{V}_{izl.} \cdot \rho_{izl.} + V_r \quad (7.3.)$$

Za stacionarne procese vrijedi $d\rho/dt = 0$; nema nastajanja i nestajanja mase, dakle nema generacije ($V_r = 0$), pa slijedi:

$$\dot{V}_{ul.} \cdot \rho_{ul.} = \dot{V}_{izl.} \cdot \rho_{izl.} \quad (7.4.)$$

$$\dot{m}_{ul.} = \dot{m}_{izl.} \quad (7.5.)$$

Promatra li se kapljevina pri izotermnom strujanju ($T_1 = T_2$) njena je gustoća konstantna ($\rho_{ul.} = \rho_{izl.}$) te proizlazi da je i volumni protok konstantan ($\dot{V}_{ul.} = \dot{V}_{izl.}$).



Slika 7.1. Procesni prostor pri protjecanju

Volumni protok izražava se umnoškom brzine i poprečnog presjeka cijevi:

$$\dot{V} = v_1 \cdot A_1 \quad (7.6.)$$

S obzirom da je volumni protok konstantan, za izotermno strujanje nekompresibilnih fluida vrijedi:

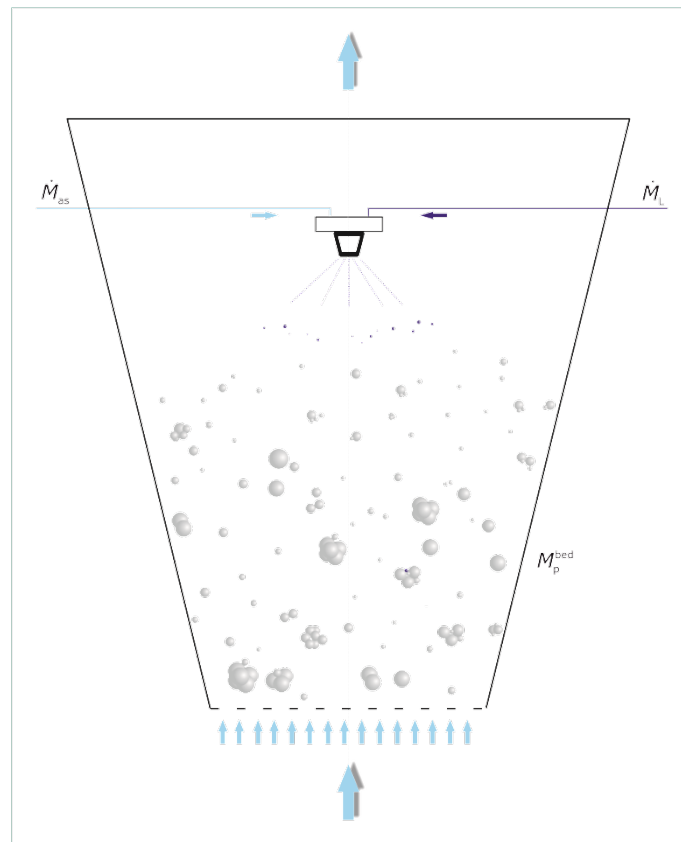
$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 = \dots = v_i \cdot A_i \quad (7.7.)$$

iz čega je vidljivo da su brzine protjecanja obrnuto proporcionalne površinama poprečnog presjeka cijevi. Dakle, kroz presjeka različitim površina u jednom zatvorenom sustavu protječe fluid istog masenog (volumnog u slučaju nepromjenjive gustoće) toka, ali različitim brzinama.

U pojašnjenju zakona kontinuiteta odnosno zakona očuvanja mase za hidrodinamske sustave poslužiti ćemo se karakterističnim primjerom iz prakse. Promotrimo procesni prostor pri granuliranju u fluidiziranom sloju. Vidljivo je da procesni prostor ima oblik konusa odnosno krnjeg stošca. Površina kružnog poprečnog presjeka ovakvog prostora pri njegovu dnu je znatno manje od površine poprečnog presjeka koju ovaj prostor zauzima na svom vrhu. Zakon kontinuiteta nalaže da će zrak za fluidizaciju strujati istim masenim protokom (i volumnim u slučaju nepromjenjive gustoće) kroz oba presjeka (odnosno po čitavoj visini konusa), ali značajno različitim brzinama. Posljedično, uspostavlja se određeni profil brzine odnosno raspodjela brzine fluida po procesnom prostoru što je od iznimne važnosti za uspješnost procesa granuliranja u ovakvoj geometriji. Čvrste čestice pri dnu konusa imaju veliku brzinu i bivaju odnošene dok pri vrhu procesnog prostora čestice zbog većeg presjeka imaju znatno manju brzinu i bivaju oborene nazad u procesni prostor. Takvom geometrijom procesnog prostora u skladu sa zakonom očuvanja mase omogućuje se i postiže recirkulirajući obrazac čvrstoga u procesnom prostoru koji je od iznimnog značaja za uspješno granuliranje. Ovo je izvrstan, eklatantan primjer kako zakon

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

očuvanja mase je od izrazite važnosti i kako se upravo njim vodio tim stručnjaka koji su dizajnirali procesnu jedinicu za uspješno granuliranje.



Slika 7.2. Shematski prikaz procesnog prostora pri granuliranju u fluidiziranom sloju

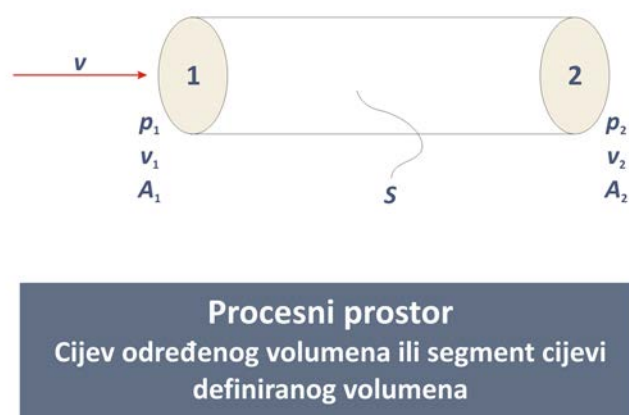
7.2. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja spomenut je ranije u nastavnom tekstu u kontekstu Newtonova njihala. Na tom primjeru Newtonova njihala, količina gibanja svih kuglica u izoliranom sustavu je konstantna, a ukupna promjena količine gibanja u vremenu unutar istog sustava jednaka je nuli. Uzevši u obzir da prvi diferencijal količine gibanja s vremenom odgovara sili, jasno proizlazi dodatno tumačenje zakona očuvanje količine gibanja da je suma svih sila u promatranom sustavu jednaka nuli.

U skladu s općim zakonom očuvanja, količina gibanja iskazuje se po volumenu procesnog prostora:

$$X_v = \frac{m \cdot v}{V} = \rho \cdot v \quad (7.8.)$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA



Slika 7.3. Shematski prikaz procesnog prostora pri protjecanju

Opći zakon očuvanja piše se tada u obliku:

$$V \cdot \frac{d(v\rho)}{dt} = \dot{V}_{ul.} \cdot (v\rho)_{ul.} - \dot{V}_{izl.} \cdot (v\rho)_{izl.} + V_r \quad (7.9.)$$

Budući da kod stacionarnih procesa nema promjene količine gibanja s vremenom ($d(v\rho)/dt = 0$) i uz uvjet da nema generacije ($V_r = 0$) iz jednadžbe (2.23.) slijedi:

$$\dot{V}_{ul.} \cdot (v\rho)_{ul.} = \dot{V}_{izl.} \cdot (v\rho)_{izl.} = 0 \quad (7.10.)$$

Produkt $\dot{V} \cdot (v \cdot \rho)$ predstavlja silu F . Iz navedenog slijedi da se zakon očuvanja količine gibanja može izraziti na sljedeći način:

$$\sum_{i=0}^N F_i = 0 \quad (7.11.)$$

Karakteristične sile koje se javljaju pri gibanju fluida su sila tlaka koja uzrokuje gibanje fluida i sila trenja koja se protivi takvom strujanju:

$$F_{p_1} = F_{p_2} + F_{tr.} \quad (7.12.)$$

$$p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2 + \tau \cdot S \quad (7.13.)$$

Ako se član $p_2 \cdot A_2$ prebaci na lijevu stranu gornje jednadžbe dobiva se:

$$\Delta p \cdot A = \tau \cdot S \quad (7.14.)$$

gdje je $(\Delta p \cdot A)$ sila tlaka potrebna za gibanje fluida brzinom v , a $(\tau \cdot S)$ je sila trenja koja je uzrokovala gubitak energije koji je izražen padom tlaka (Δp) .

Dakle, zbog viskoznosti fluida neminovno dolazi do prijenosa količine gibanja s fluida na nepokretnu površinu i zbog toga dolazi do pada tlačne sile u smjeru gibanja fluida.

7.3. Zakon očuvanja energije

Fluid u gibanju posjeduje određenu količinu (sadržaj) energije koja se u skladu s općim zakonom očuvanja iskazuje po jedinici volumena procesnog prostora:

$$X_V = E_V = p + \rho \cdot c_p \cdot T + \sum \Delta H_V + \frac{1}{2} v^2 \cdot \rho + \rho \cdot g \cdot z \quad (7.15.)$$

gdje je:

p - tlak, energija koja je ovisna o tlaku fluida, Pa, $J m^{-3}$

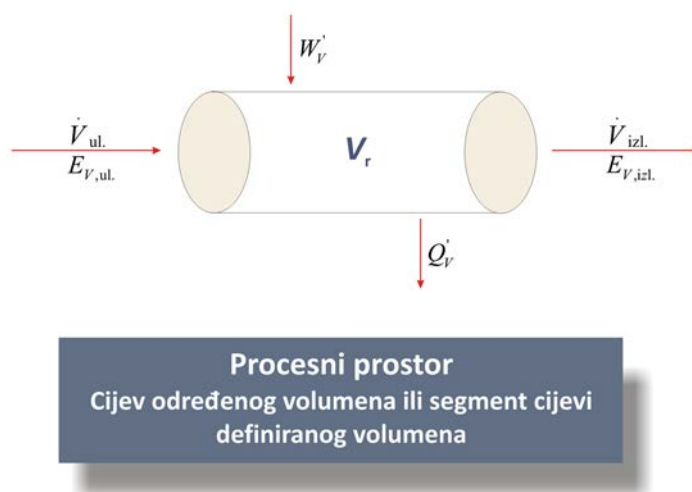
$\rho \cdot c_p \cdot T$ - toplinska energija fluida, $J m^{-3}$

$\sum \Delta H_V$ - promjena entalpije vezana uz promjenu agregatnog stanja, $J m^{-3}$

$\frac{1}{2} v^2 \cdot \rho$ - kinetička energija fluida, $J m^{-3}$

$\rho \cdot g \cdot z$ - potencijalna energija, ovisna o mjestu u prostoru, $J m^{-3}$

Primjenom općeg zakona očuvanja ($X_V = E_V$) na kontrolni volumen (slika 7.4.)



Slika 7.4. Shematski prikaz procesnog prostora pri razmatranju energetske procesne tokove

$$V \cdot \frac{dE_V}{dt} = \dot{V}_{ul} \cdot E_{V,ul} - \dot{V}_{izl} \cdot E_{V,izl} + W'_v - Q'_v \quad (7.16.)$$

W'_v - dio dovedenog mehaničkog rada koji se pretvara u toplinu, $J m^{-3}$

Q'_v - odvedena toplina, $J m^{-3}$

U hidrodinamičkom sustavu pretpostavlja se da je $W'_v = Q'_v$.

Ako je proces stacionaran:

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$\frac{dE_V}{dt} = 0$$

Zakon očuvanja mase $\dot{V}_{ul.} = \dot{V}_{izl.}$

Nadalje, kod izoternog strujanja je $T_{ul.} = T_{izl.}$, iz čega slijedi da je $\rho_{ul.} = \rho_{izl.}$, odnosno $(\rho \cdot c_p \cdot T)_{ul.} = (\rho \cdot c_p \cdot T)_{izl.}$.

Nema promjene agregatnog stanja: $\sum \Delta H_V = 0$

jednadžba poprima oblik:

$$E_V = \rho \cdot g \cdot z + p + \frac{v^2 \cdot \rho}{2} + \rho \cdot c_p \cdot T \quad (7.17.)$$

Primjenom zakona očuvanja za neviskozni (idealni) fluid vrijedi:

$$E_{V_{ul.}} = E_{V_{izl.}}$$

$$\left(\rho \cdot g \cdot z + p + \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \right)_{ul.} = \left(\rho \cdot g \cdot z + p + \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \right)_{izl.} \quad (7.18.)$$

odnosno:

$$\rho \cdot g \cdot z + p + \frac{v^2 \cdot \rho}{2} = \text{const.} \quad (7.19.)$$

Jednadžba 7.19 predstavlja jednadžbu očuvanja energije, odnosno Bernoullijevu jednadžbu koja vrijedi za neviskozni (idealni) fluid. Dakle, Bernoulli nalaže da je ukupna energija koju fluid posjeduje na presjeku 1 identična onoj na presjeku 2.

No, pri gibanju realnog (viskozno) fluida uvijek neminovno dolazi do nepovratnog gubitka energije uslijed svojstva viskoznosti fluida, a taj gubitak energije u zakonu očuvanja ugrađen je u generacijski član V_r .

Jednadžba 7.19 se za strujanje realnih (viskoznih) fluida nadopunjava s generacijskim članom:

$$\rho_1 \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{v_1^2 \cdot \rho}{2} = \rho_2 \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + V_r \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right] \quad (7.20.)$$

gdje je: $V_r = E_{gub} = \rho \cdot g \cdot h_w$, a h_w predstavlja gubitak energije izražen visinom stupca kapljevine.

Dijeljenjem jedn. 7.20 s gustoćom dobiva se bilancu za 1 kg mase fluida u gibanju:

$$z_1 \cdot g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = z_2 \cdot g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + h_w \cdot g \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (7.21.)$$

Nadalje, jednadžba (2.36.) podijeljena s g predstavlja hidraulički smisao Bernoullijeve jednadžbe:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_w \quad [\text{m}] \quad (7.22.)$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Ovaj oblik jednadžbe praktično je koristiti kod kapljevina u kojima su energije pojedinih članova iskazane u obliku visina stupca fluida, odnosno vezane su za težinu (masu) fluida.

U jedn. 7.22:

z - geometrijska visina (geodetska); mjera za potencijalnu energiju položaja, m

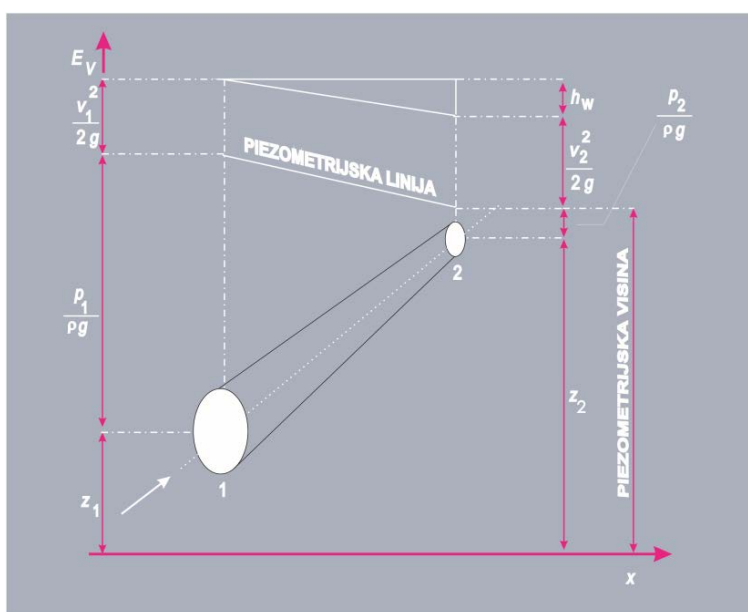
$\frac{p}{\rho \cdot g}$ - tlačna visina; mjera za energiju statičkog tlaka, m

$\frac{v^2}{2 \cdot g}$ - brzinska visina; mjera za kinetičku energiju, m

h_w - gubitak energije trenjem; mjera za gubitak energije uslijed otpora, a izražen je padom tlaka

$$\text{pri gibanju } h_w = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}, \text{ m.}$$

Bernoullijev zakon očuvanja energije, gdje su energetske članovi iskazani odgovarajućim visinama, može se ilustrativno prikazati slikom (slika 7.5). Promatra se strujanje fluida od presjeka 1 do presjeka 2. Iz slike je vidljivo da je presjek 2 na većoj visini, tako da je potencijalna energija (izražena geodetskom visinom) u položaju 2 veća ($z_2 > z_1$). Nadalje, površina poprečnog presjeka cijevi na položaju 1 je manja nego na položaju 2 te iz jednadžbe kontinuiteta slijedi da je brzina u presjeku 2 veća, tako da je i kinetička energija veća ($v_2^2 / (2 \cdot g) > v_1^2 / (2 \cdot g)$). Zbog svojstva viskoznosti dolazi do nepovratnog gubitka energije, gubi se tlačna energija u smjeru strujanja te je $p_1 > p_2$, odnosno $p_1 / (\rho \cdot g) > p_2 / (\rho \cdot g)$. Ta razlika tlakova mjera je gubitka energije fluida i izražen je gubitkom visine h_w .



Slika 7.5. Shematski prikaz hidrauličkog smisla Bernoullijeve jednadžbe

7.4. Mjerenje energetskih članova Bernoullijeve jednadžbe

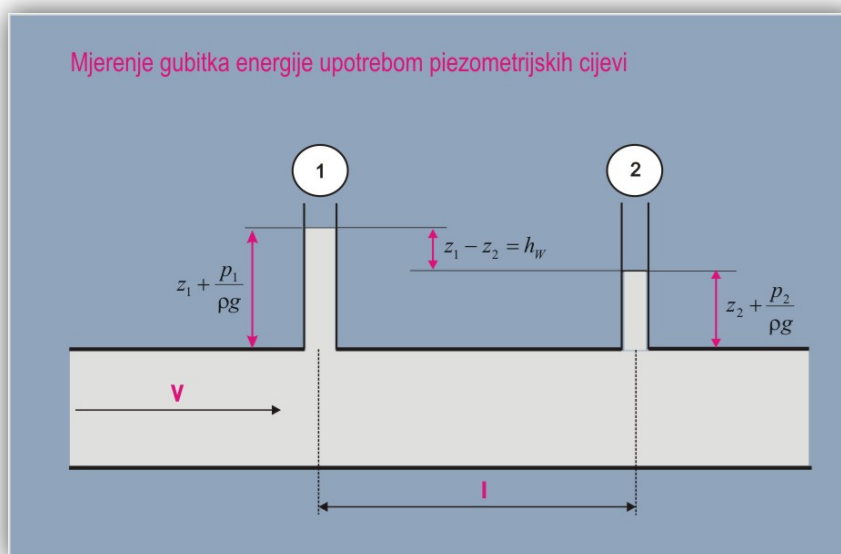
Generacijski član u zakonu očuvanja energije moguće je detektirati primjenom dviju piezometrijskih* cijevi. No, vrlo često se u mjerenju nepovratnog gubitka energije fluida koristi i diferencijalnu U manometar. Samo mjerenje navedenim mjerilima omogućeno je i temelji se na zakonu očuvanja energije za realne hidrodinamske sustave odnosno Bernoullijevu teoremu.

Nivo kapljevine u piezometrijskoj cijevi jest piezometrijska visina koja je mjera potencijalne i tlačne energije fluida. Primjenom dviju piezometrijskih cijevi (slika 7.6), postavljenih na različite presjeka u cijevi, u mogućnosti smo odrediti pad tlaka u sustavu. Polazište je Bernoullijev teorem za realne (viskozne) fluide. Uz pretpostavku da nema dovođenja rada između presjeka 1 i 2; presjeci su isti, $v_1 = v_2$, $A_1 = A_2$, tada je i $z_1 = z_2$ pa se može napisati:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + h_w \quad (7.23.)$$

odnosno

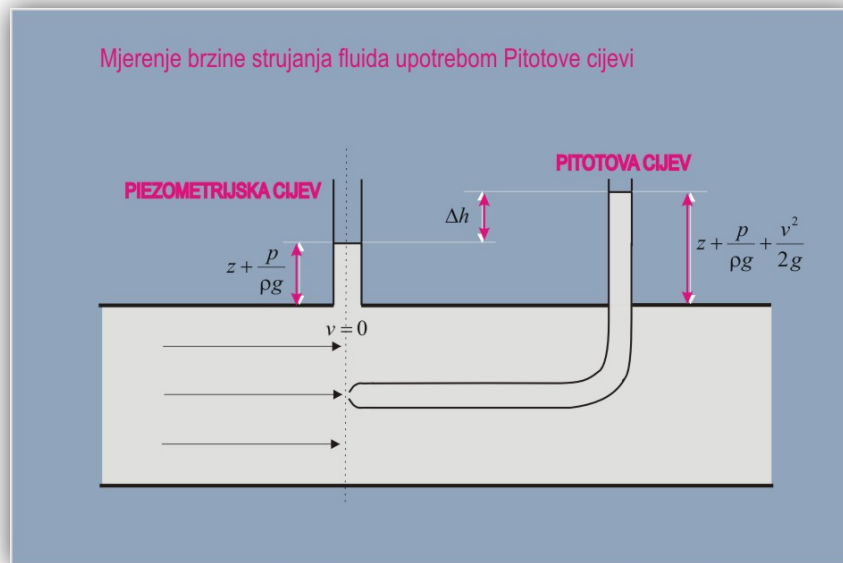
$$h_w = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} \quad (7.24.)$$



Slika 7.6. Mjerenje nepovratnog gubitka energije primjenom piezometrijskih cijevi

* Etimologija *piezo+metris* u značenju: mjeriti istisnutu kapljevinu.

Pitotovom cijevi koristimo se za mjerenje kinetičke energije fluida (slika 7.7).



Slika 7.7. Mjerenje brzine strujanja fluida primjenom Pitotove cijevi

$\Delta h \neq h_w$, Δh izražava kinetičku energiju fluida $v^2 / (2 \cdot g)$.

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \Delta h = z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (7.25.)$$

Budući da se energetske članovi mjere na istom presjeku odnosno zbog same izvedbe gdje se piezometrijska i Pitova cijev postavljaju na isti presjek $z + p / (\rho \cdot g) = \text{konst.}$, odnosno izostaje nepovratni gubitak energije fluida $h_w = 0$, razlika razina manometarske kapljevine (Δh) ukazuje na kinetičku energiju fluida:

$$\Delta h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (7.26.)$$

te:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \quad (7.27.)$$

8. PROTJECANJE

Protjecanje je strujanje fluida kroz cijev ili uređaj uslijed razlike tlakova. Kažemo da je razlika tlakova pokretačka sila takvog strujanja fluida. Svakom strujanju fluida protive se određeni otpori. Vidjet će se, pri ovakvom strujanju to su viskoznost fluida kojom se fluid opire smičnoj deformaciji pri svom strujanju te hrapavost cijevi.

8.1. Vrste strujanja

Osborne Reynolds je u prošlom stoljeću istraživao pojave pri strujanju fluida pomoću jednostavnog eksperimenta (slika 8.1). Iz spremnika u kojem se održava konstantna razina kapljevine istječe voda u ravnu cijev. Na ulazu u cijev ugrađena je u sredini tanka kapilara kroz koju se pušta tanak mlaz obojene kapljevine (bojila). Kod vrlo malih brzina strujanja fluida uočeno je da se obojena kapljevina ne miješa između slojeva, već da struji u sredini toka u obliku tanke niti (filamenta). Zaključuje se da se čestice fluida gibaju pravocrtno i da nema miješanja između slojeva. Takvo strujanje fluida u slojevima nazvao je slojevito ili laminarno strujanje*. Povećanjem brzine strujanja dolazi do djelomičnog remećenja slojevitog strujanja te obojena tekućina struji u obliku krivudave linije. Takvo stanje strujanja naziva se prijelazno. Pri velikim brzinama strujanja, poprečni presjek cijevi je jednolično obojen, što ukazuje da je došlo do potpunog miješanja slojeva, odnosno pojave vrtloženja. To gibanje naziva se vrtložno ili turbulentno strujanje.

Reynolds je temeljem svojih eksperimenata uočio da brzina strujanja fluida nije jedina koja određuje vrstu strujanja. Primijetio je da vrstu strujanja definiraju (određuju) i fizikalna svojstva fluida (gustoća te viskoznost). Kriterij koji uzima u obzir sve te veličine, a na temelju kojeg se definira vrsta strujanja je Reynoldsova značajka ili Reynoldsov broj koji se definira na sljedeći način:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta} \quad (8.1.)$$

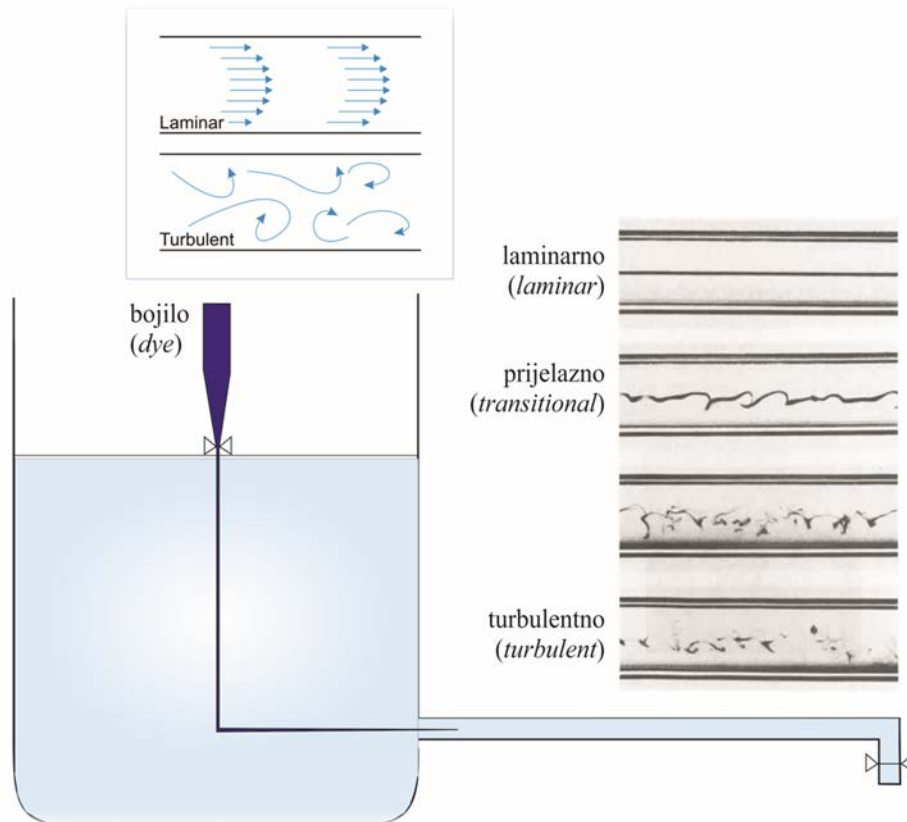
ili

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (8.2.)$$

Eksperimentalno je utvrđeno da kritična vrijednost Reynoldsovog broja koja predstavlja granicu između laminarnog i prijelaznog područja pri strujanju kroz glatku cijev iznosi $\text{Re}_{kr} = 2320$.

* Laminaran potiče od latinske riječi *lamina* u značenju: onaj koji se sastoji od slojeva. Laminaran jest onaj sustav koji je sastavljen od slojeva.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA



Slika 8.1. Reynoldsov eksperiment s bojilom

Reynoldsova značajka jest upravo bezdimenzijski kriterij dinamičke sličnosti fluida. Dva su fluida dinamički slična ukoliko su njihovi pripadajući odnosi sile inercije i druge karakteristične sile u sustavu jednaki. Tako Reynoldsova značajka postavlja u odnos silu inercije i silu protivnu njoj koja nastaje kao posljedica otpora odnosno trenja. Dva su sustava hidrodinamski slična ako su im iste Re značajke. Dakle, pri gibanju viskoznog fluida u cijevi kao sila otpora javlja se sila trenja (F_{tr}), dakle viskozno trenje, te se postavlja odnos između sile inercije i sile trenja:

$$\frac{F_i}{F_{tr}} = \frac{m \cdot a}{\tau \cdot S} = \frac{\rho \cdot l^3 \cdot \frac{v^2}{l}}{\eta \cdot \frac{v}{l} \cdot l^2} = \frac{v \cdot l \cdot \rho}{\eta} \quad (8.3.)$$

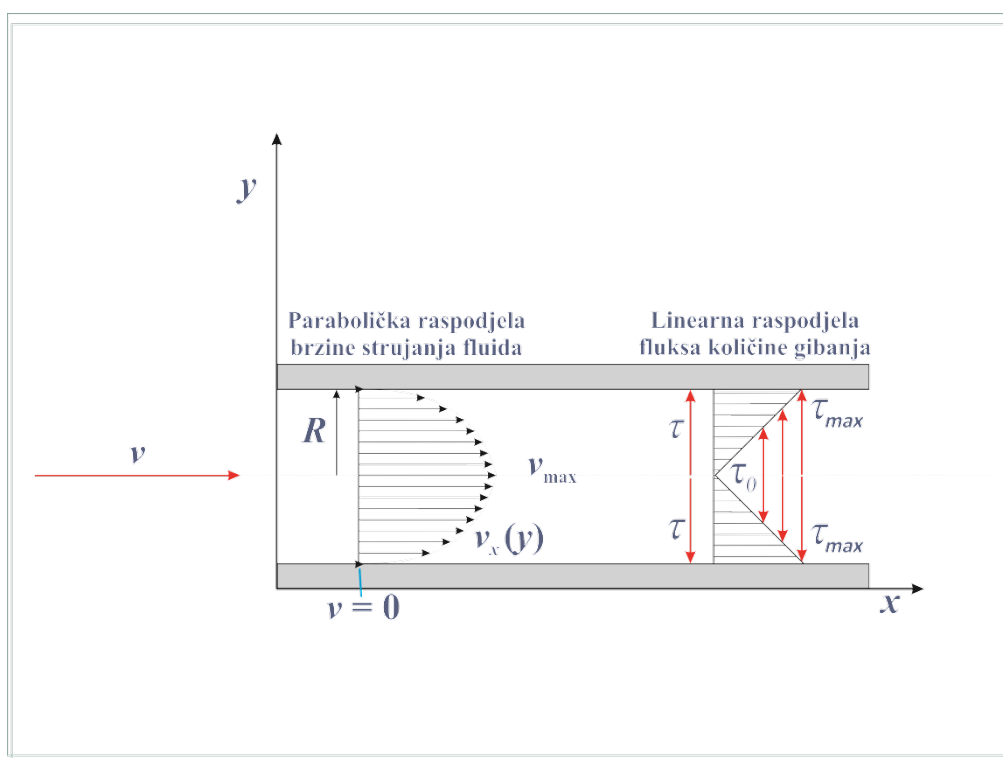
$$Re = \frac{v \cdot l \cdot \rho}{\eta} \quad (8.4.)$$

Linearna dimenzija l podrazumijeva mjerodavnu geometrijsku karakteristiku promatranog sustava. Kod strujanja u cijevi to je promjer cijevi d .

Re značajka dodatno ukazuje na dominirajući mehanizam prijenosa količine gibanja budući da Re podrazumijeva odnos fluksa količine gibanja ostvarenog vrtložnim mehanizmom (konvektivnim transportom) i ostvarenog molekularnim mehanizmom (statističkim transportom).

8.2. Laminarno strujanje realnog fluida u cijevi

Promotrimo laminarno strujanje realnog fluida u ravnoj cijevi. U sagledavanju fizičke slike fenomena podrazumijeva se da fluid ima određenu viskoznost i da se njome odnosno interakcijama između slojeva protivi smičnoj deformaciji pri strujanju kroz cijev. Uspostavlja se određeni profil brzine odnosno pojedini elementi fluida gibaju se različitim brzinama (slika 8.2).



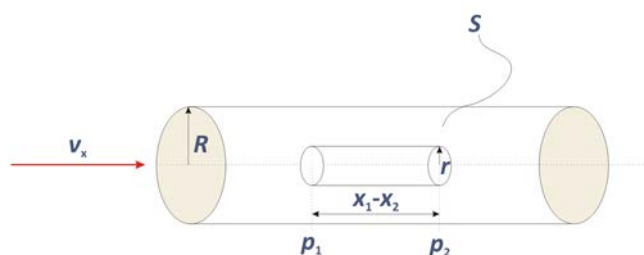
Slika 8.2. Prikaz raspodjele brzine strujanja fluida i raspodjele fluksa količine gibanja pri laminarnom strujanju

Element fluida tik uz stjenku cijevi biva zakočen i brzina mu je nula. Taj element fluida tik uz stjenku će uslijed prisutnih interakcija između slojeva odnosno zbog svojstva viskoznosti fluida nastojati zakočiti element fluida u njegovu susjedstvu iznad njega. Kažemo uslijed svojstva viskoznosti fluida dolazi do pojave kočenja slojeva fluida na taj način da postoji i uspostavlja se prostorni gradijent brzine po čitavu presjeku. Element fluida u središtu cijevi ima maksimalnu brzinu budući je najudaljeniji od stjenke cijevi i na njega se najmanje osjeća utjecaj kočenja. Upravo taj element fluida s najvećom brzinom ima posljedičnu i najveću količinu gibanja iskazanu po jedinici volumena procesnog prostora. I taj sloj fluida će nastojati prenijeti jedan dio svoje količine gibanja sloju fluida u njegovu susjedstvu koji ima manju brzinu odnosno manju

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

količinu gibanja. Posljedično, količina gibanja prenosi se s fluida na čvrstu nepokretnu površinu molekularnim mehanizmom u smjeru smanjenja brzine kao što to i nalaže Newtonov zakon viskoznosti (jedin. 6.4). Upravo Newtonov zakon viskoznosti matematički opisuje koliko se količine gibanja prenijelo molekularnim mehanizmom pri laminarnom strujanju. Budući da se količina gibanja prenosi s fluida na nepokretnu površinu govorimo da fluid nepovratno gubi svoju energiju i to uslijed otpora u sustavu odnosno uslijed viskoznosti fluida. Taj nepovratni gubitak energije ugrađuje se u generacijski član zakona očuvanja i ima za posljedicu trajni pad tlaka u sustavu u skladu s Bernoullijevim teoremom.

U nastavku matematički se opisuje profil brzine i gustoće toka količine gibanja pri laminarnom stacionarnom strujanju realnog fluida u horizontalnoj cijevi. Promatra se laminarno strujanje fluida kroz ravnu cijev promjera R u stacionarnim uvjetima (slika 8.3).



Slika 8.3. Elementarni volumen fluida pri gibanju kroz horizontalnu cijev kružnog presjeka

Za analizu gibanja laminarnog stacionarnog toka polazište je zakon očuvanja količine gibanja:

$$V \cdot \frac{d(v\rho)}{dt} = \dot{V}_{ul.} \cdot (\rho v_x)_{ul.} - \dot{V}_{izl.} \cdot (\rho v_x)_{izl.} + \sum F_x$$

Stacionarno strujanje podrazumijeva $d(v \cdot \rho)/dt = 0$ tako da se član na lijevoj strani jednadžbe eliminira. Budući da nema generiranja količine gibanja u sustavu ($V_r = 0$), iz zakona očuvanja slijedi da su sve sile koje djeluju u sustavu u ravnoteži, odnosno $\sum F_x = 0$. Postavljanjem bilance karakterističnih sila u sustavu, odnosno izjednačavanjem sile koja uzrokuje gibanje (pokretačka sila) sa silom trenja, dobiva se jednadžba:

$$\Delta p \cdot A = \tau \cdot S$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Uvrštenjem površine poprečnog presjeka cijevi, $A = r^2 \cdot \pi$, i površine plašta cijevi, $S = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \Delta x$ te obzirom da se ne mijenja površina poprečnog presjeka cijevi $r_1 = r_2 = r$, dobiva se:

$$r^2 \cdot \pi \cdot p_1 - r^2 \cdot \pi \cdot p_2 = \tau \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2) \quad (8.5.)$$

Sređivanjem jednadžbe dobiva se za smično naprezanje:

$$\tau = \frac{r}{2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{x_1 - x_2} = \frac{r}{2} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \quad (8.6.)$$

Uvidom u sliku 8.2 uočavaju se sljedeći granični slučajevi uz pojedine rubne uvjete:

os cijevi $(r = 0), \tau = 0, v_x = v_{\max.}$

stijenka cijevi $(r = R), \tau = \tau_{\max.}, v_x = 0$

Izjednačavanjem Newtonovog zakona viskoznosti (jedn. 6.4) s jednadžbom za smično naprezanje (8.6.) dobiva se:

$$-\eta \cdot \frac{dv}{dr} = \frac{r}{2} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \quad (8.7.)$$

Integriranjem:

$$\int_0^{v_x(r)} dv = -\frac{1}{2\eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \cdot \int_{-R}^r r \cdot dr \quad (8.8.)$$

dobiva se:

$$v_x(r) = \frac{1}{4\eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) \quad (8.9.)$$

Za $r = 0$ proizlazi da je u osi (središtu) cijevi maksimalna brzina strujanja:

$$v_{\max.} = \frac{1}{4\eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \cdot R^2 \quad (8.10.)$$

Postavlja se pitanje kolika je srednja brzina strujanja fluida budući da se brzina mijenja po čitvu presjeku cijevi. Upravo se iz srednje brzine strujanja fluida i računa volumni protok:

$$\dot{V} = v_{\text{sr.}} \cdot A = v_{\text{sr.}} \cdot R^2 \cdot \pi \quad (8.11.)$$

No, protok možemo izraziti i kao sumu doprinosa svih elemenata fluida gdje svaki element fluida doprinosi s $v_x(r)$:

$$\dot{V} = \int_0^R 2 \cdot r \cdot \pi \cdot dr \cdot v_x(r) \quad (8.12.)$$

te uvrštenjem izraza za lokalnu brzinu:

$$\dot{V} = \int_0^R 2 \cdot r \cdot \pi \cdot dr \cdot \frac{1}{4\eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \cdot (R^2 - r^2) = \frac{R^2 \cdot \pi}{8 \cdot \eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \quad (8.13.)$$

Izjednačavanjem gornje jednadžbe s jednadžbom 8.11:

$$v_{sr} \cdot R^2 \cdot \pi = \frac{R^2 \cdot \pi}{8 \cdot \eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \quad (8.14.)$$

dobiva se izraz za srednju brzinu strujanja fluida u horizontalnoj cijevi u uvjetima laminarnog hidrodinamičkog režima:

$$v_{sr} = \frac{1}{8\eta} \cdot \left(-\frac{dp}{dx} \right) \cdot R^2 \quad (8.15.)$$

te konačno odnos između maksimalne i srednje brzine strujanja:

$$\frac{v_{max}}{v_{sr}} = 2 \quad (8.16.)$$

Rečeno je, pri strujanju fluida uslijed svojstva viskoznosti fluida odnosno otpora strujanju dolazi do nepovratnog gubitka energije što se manifestira trajnim padom tlaka. Pri izvodu izraza kojim se procjenjuje nepovratni gubitak energije fluida iskazan padom njegove tlačne energije koristimo se izrazom za srednju brzinu:

$$-\int_{p_1}^{p_2} dp = \frac{8 \cdot \eta \cdot v_{sr}}{R^2} \cdot \int_{x_1}^{x_2} dx \quad (8.17.)$$

Integriranjem slijedi:

$$p_1 - p_2 = \frac{8 \cdot \eta \cdot v_{sr}}{R^2} \cdot (x_2 - x_1) \quad (8.18.)$$

Nadalje uvodi se:

$$\begin{aligned} (x_2 - x_1) &= \ell && \text{- dužina cijevi} \\ (p_1 - p_2) &= \Delta p && \text{- pad tlaka u cijevi} \\ R &= \frac{d}{2} \end{aligned}$$

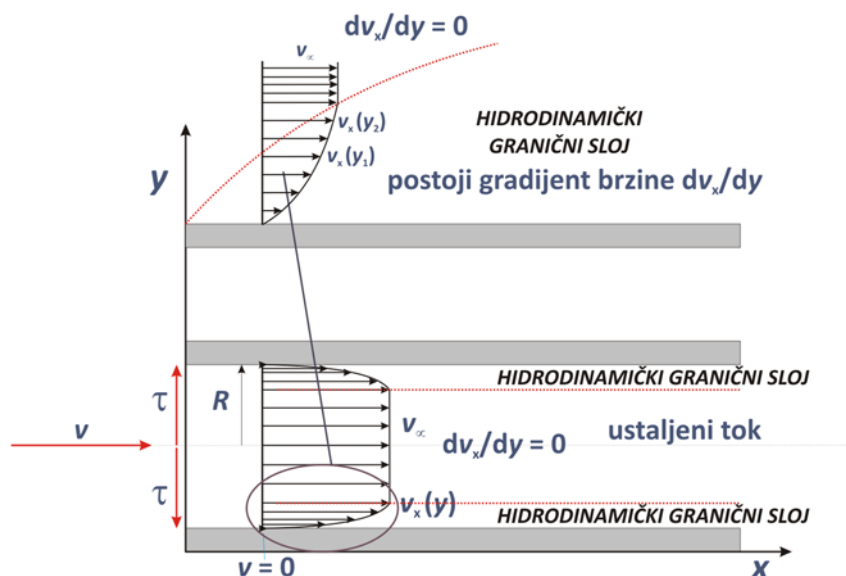
pa iz jednadžbe (8.18.) slijedi Hagen-Poiseuilleova jednadžba za pad tlaka:

$$\Delta p = \frac{32 \cdot \eta \cdot l \cdot v_{sr}}{d^2} \quad (8.19.)$$

Hagen-Poiseuilleova jednadžba jasno ukazuje na utjecaj viskoznosti (η) fluida. Gubitak energije odnosno pad tlaka posljedica je isključivo viskoznog trenja između čestica fluida i čestica fluida i stijenke.

8.3. Turbulentno strujanje realnog fluida u cijevi

Pri većim brzinama realnog fluida u ravnoj cijevi uspostavlja se drugačiji profil brzine (slika 8.4).



Slika 8.4. Prikaz raspodjele brzine strujanja fluida pri turbulentnom strujanju

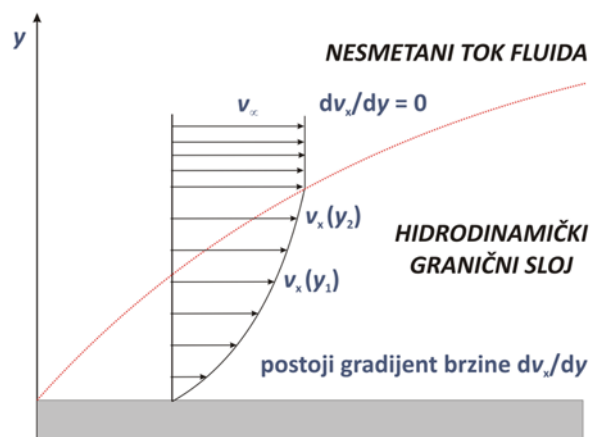
Pri ovakvom strujanju fluida osjeća se utjecaj čvrste nepokretne površine na samo jedan manji dio fluida odnosno na određeni broj zamišljenih slojeva fluida tik uz stjenku. U ostalom dijelu fluid struji (giba se) nesmetano. Ludwig Prandtl uočio je takvu pojavu i postavio teoriju graničnog sloja. Prandtlova teorija graničnog sloja je značajna i koristi se učestalo u pojašnjenju fenomena prijenosa količine gibanja, ali i topline i tvari budući da su oba fenomena značajno ovisna o hidrodinamičkim uvjetima u sustavu odnosno o samom fenomenu prijenosa količine gibanja.

Prandtl uočava dva karakteristična područja (slika 8.5):

1. Područje u kojem se osjeća utjecaj čvrste nepokretne površine na tok fluida (hidrodinamički granični sloj),
2. Područje u kojem se ne osjeća utjecaj čvrste stjenke na tok fluida (nesmetani tok fluida).

Brzina v_∞ je brzina strujanja fluida na koju se ne osjeća utjecaj čvrste stjenke (brzina nesmetanog toka fluida). Dio fluida u kojem se, zbog svojstva viskoznosti fluida, osjeća utjecaj čvrste nepokretne površine (na taj način da postoji i uspostavlja se prostorni gradijent brzine dv/dy) naziva se hidrodinamički granični sloj. Svojom postojanjem hidrodinamički granični sloj utječe na fenomen prijenosa pružajući otpor. Stoga, proces se nastoji voditi u uvjetima njegove minimalne debljine. Brzina strujanja fluida neposredno uz nepokretnu površinu, uz uvjet da nema klizanja,

jednaka je nuli i povećava se s udaljenošću od površine te se asimptotski približava brzini nesmetanog toka, v_∞ .



Slika 8.5. Prikaz profila brzine pri turbulentnom strujanju; pojašnjenje teorije graničnog sloja

Raspodjela brzina pri turbulentnom strujanju fluida kroz cijev kružnog poprečnog presjeka opisuje se empirijskim izrazom:

$$v(r) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad n = 6 - 10 \quad (8.20.)$$

A srednja brzina strujanja:

$$v_{\text{sr.}} = (0,7 - 0,9) \cdot v_{\max} \quad (8.21.)$$

Prandtl je dodatno uočio da struktura graničnog sloja nije tako jednostavna već se on na nekoj udaljenosti od početka razvoja x dijeli u tri područja. Debljina graničnog sloja, δ , uzima se kao udaljenost od nepokretne površine gdje brzina doseže vrijednost od 99 % vrijednosti brzine kojom struji masa fluida, v_∞ . Na malim vrijednostima x , strujanje unutar sloja je laminarno, pa se taj dio sloja naziva laminarni granični sloj. Na većim udaljenostima uočava se područje u kojem se izmjenjuje laminarno i turbulentno strujanje unutar graničnog sloja. Taj dio hidrodinamičkog graničnog sloja naziva se prijelazno područje. Konačno, na nekoj udaljenosti, strujanje postaje turbulentno, pa se govori o turbulentnom graničnom sloju. U potpuno razvijenom turbulentnom toku egzistira tzv. laminarni podsloj. To je područje fluida u kojem se osjeća utjecaj čvrste nepokretne površine zbog svojstva viskoznosti, a nalazi se tik uz čvrstu površinu.

Mjesto početka turbulencije (udaljenost od početnog ruba x) definira se modificiranom Reynoldsovom značajkom, (Re_x) :

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$\text{Re}_x = \frac{v \cdot x \cdot \rho}{\eta} \quad (8.22.)$$

Vrijednost modificirane Reynoldsove značajke ukazuje na hidrodinamičke uvjete strujanja za određeni položaj u smjeru strujanja x , tako da se može smatrati lokalnom Reynoldsovom značajkom.

Za ravnu ploču vrijedi:

$$\text{Re}_x < 2 \cdot 10^5 \quad \text{laminarni granični sloj}$$

$$2 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 3 \cdot 10^6 \quad \text{prijelazno područje}$$

$$\text{Re}_x > 3 \cdot 10^6 \quad \text{turbulentni granični sloj}$$

Blasius je rješavanjem niza diferencijalnih jednadžbi predložio izraze za određivanje debljine hidrodinamičkog graničnog sloja za ravnu ploču.

Za laminarno područje:

$$\delta_H = \frac{k \cdot x}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad k = 4,64 \quad (8.23.)$$

Za turbulentno područje:

$$\delta_H = \frac{k \cdot x}{\sqrt[5]{\text{Re}_x}} \quad k = 0,376 \quad (8.24.)$$

Utjecaj hidrodinamičkih uvjeta na debljinu graničnog sloja općenito se može izraziti:

$$\delta_H \approx \frac{1}{\text{Re}_x^m} \quad (8.25.)$$

Upravo ovaj izraz ukazuje da se povećanjem Re značajke odnosno intenziviranjem toka fluida u cijevi može značajno umanjiti debljina hidrodinamičkog graničnog sloja.

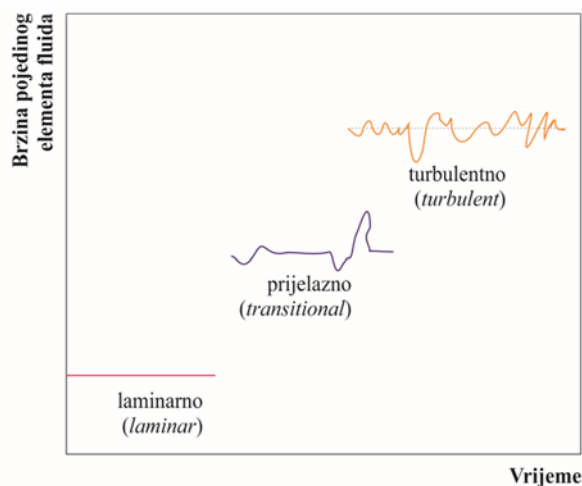
Taylor i Von Karman ukazuju da pri turbulentnom strujanju dolazi do:

1. Uspostave prostornog gradijenta brzine zbog prisutnosti nepokretne čvrste površine i otpora viskoznosti u hidrodinamičkom graničnom sloju (zidna turbulencija),
2. Uspostave vremenskog gradijenta brzine u slobodnom toku/nesmetanom toku fluida odnosno u elementu fluida gdje se ne osjeća utjecaj nepokretne površine odnosno ne postoji gradijent brzine (turbulencija slobodnog toka).

Važno je istaći da pri turbulentnom strujanju je sveprisutna fluktuacija odnosno nasumična devijacija u promatranoj varijabli (brzine s vremenom) poradi neravnomjernog pulzacijskog gibanja jedinki fluida (slika 8.6). Pri dovoljno velikom vremenu egzistira stalna srednja brzina pojedinog elementa fluida (kvazistacionarno strujanje) dok njegova trenutna brzina fluktuirala oko

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

stalne srednje. Stoga se i naziva vremenski osrednjeno strujanje. Prema Hinzeu turbulentno gibanje jest neravnomjerno stanje strujanja fluida pri kojem karakterističan/intrinzičan parametar takvog hidrodinamskog sustava (brzina fluida) fluktuiraju odnosno stohastički se mijenja u vremenu i prostoru.

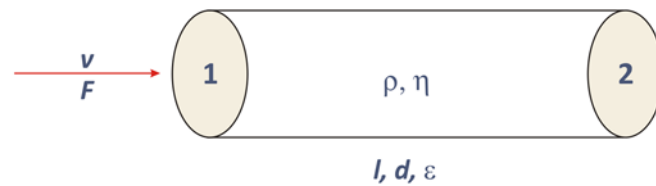


Slika 8.6. Grafički prikaz ovisnosti brzine pojedinog elementa fluida o vremenu; pojašnjenje fluktuacije brzine

Procjena gubitka energije pri turbulentnom strujanju zahtijeva posve drugačiji pristup, ne onakav kakav je i korišten pri laminarnom strujanju, a temeljen na zakonu očuvanja količine gibanja i Newtonovom zakonu viskoznosti. Ovdje je fizička slika sadržanog fenomena kudikamo kompleksnija zbog prisutnosti hidrodinamičkog graničnog sloja, fluktuacije brzine odnosno neravnomjernog pulzacijskog gibanja jedinki fluida. Pribjegavamo drugačijem pristupu odnosno metodologiji: dimenzijskoj analizi. Dimenzijska analiza jest matematički pristup, odnosno alat kojim se ponašanje nekog kompleksnog fizikalnog sustava, za kojeg ne postoje egzaktna rješenja, iskazuje pomoću smanjenog broja varijabli. Postoje različite metode dimenzijske analize. U ovom izvodu koristi se Rayleighova metoda dimenzijske analize.

Rayleighova metoda dimenzijske analize razmotrit će se na primjeru strujanja realnog fluida u cijevi. Utvrđena je ovisnost narinute sile, odnosno sile koja uzrokuje gibanje fluida definiranih svojstava, brzinom v , kroz cijev određenih geometrijskih karakteristika (slika 8.7).

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA



Procesni prostor
Cijev određenog volumena ili segment cijevi
definiranog volumena

Slika 8.7. Grafički prikaz procesnog prostora pri turbulentnom strujanju; Rayleighova metoda dimenzijske analize

Utvrđeno je da narinuta sila, odnosno sila otpora ovisi o sljedećim varijablama:

$$F = f(v, \rho, \eta, d, l/d, \varepsilon/d)$$

Zavisna veličina, sila: $F, \text{N} = \text{kg m s}^{-2}, [\text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-2}]$

Geometrijske karakteristike: $d, \text{m}, [\text{L}]$

Fizikalna svojstva: $\rho, \text{kg m}^{-3}, [\text{M} \cdot \text{L}^{-3}]$

$\eta, \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}, [\text{M} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}]$

Procesna svojstva: $v, \text{m s}^{-1}, [\text{L} \cdot \text{T}^{-1}]$

Simpleksi: l/d i ε/d

Broj dimenzijskih varijabli: $n = 5$ (F, v, ρ, η, d)

Broj osnovnih dimenzija pomoću kojih su izražene navedene varijable: $r = 3$ ($\text{M}, \text{L}, \text{T}$)

Budući da navedene varijable i simpleksi utječu na vrijednost sile, postavlja se jednačba:

$$F = k \cdot v^a \cdot \rho^b \cdot \eta^c \cdot d^e \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^f \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d}\right)^g \quad (8.26.)$$

Izraženo dimenzijama:

$$[\text{M L T}^{-2}] = [\text{L T}^{-1}]^a \cdot [\text{M L}^{-3}]^b \cdot [\text{M L}^{-1} \text{T}^{-1}]^c \cdot [\text{L}]^e \quad (8.27.)$$

(konstanta k i simpleksi ne ulaze u dimenzijsku jednačbu).

Izjednačavanjem eksponenata na istovrsnim dimenzijama lijeve i desne strane jednačbe, iz jednačbe 8.27 proizlaze tri jednačbe sa četiri nepoznanice:

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$M: 1 = b + c$$

$$L: 1 = a - 3b - c + e$$

$$T: -2 = -a - c$$

Budući da se u sve tri jednadžbe pojavljuje nepoznanica "c" svi eksponenti izražavaju se preko te nepoznanice:

$$b = 1 - c$$

$$a = 2 - c$$

$$e = 2 - c$$

Uvrštavanjem eksponenata izraženih preko nepoznanice "c" u jednadžbu 8.26 dobiva se:

$$F = k \cdot v^{2-c} \cdot \rho^{1-c} \cdot \eta^c \cdot d^{2-c} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^f \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d}\right)^g \quad (8.28.)$$

Grupiranjem varijabli istog eksponenta dobiva se:

$$\frac{F}{v^2 \cdot \rho \cdot d^2} = k \cdot \left(\frac{\eta}{v \cdot d \cdot \rho}\right)^c \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^f \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d}\right)^g \quad (8.29.)$$

U jednadžbi 8.29 eksponent f određen je eksperimentalno i ima vrijednost jedan što znači da je ovisnost sile o simpleksu l/d linearna.

Nadalje, kako je:

$$\frac{F}{d^2} = \tau = \Delta p \quad (8.30.)$$

gdje d^2 izražava površinu, tako da sila po površini predstavlja smično naprezanje, (odnosno pad tlaka),

Jednadžba 8.29 može se pisati u sljedećem obliku:

$$\frac{\Delta p}{v^2 \cdot \rho} = k \cdot \left(\frac{1}{\text{Re}}\right)^c \cdot \left(\frac{l}{d}\right) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d}\right)^g \quad (8.31.)$$

odnosno:

$$\frac{\Delta p}{v^2 \cdot \rho} = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \cdot \frac{l}{d} \quad (8.32.)$$

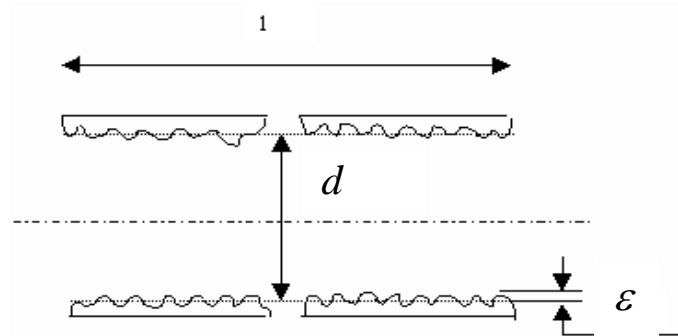
Budući da se Eulerova bezdimenzijska značajka definira kao odnos sile tlaka i sile inercije dobiva se:

$$Eu = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \cdot \frac{l}{d} \quad (8.33.)$$

Funkcijska ovisnost $f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$ iskazana je faktorom trenja (*friction factor*) ξ , a ukazuje na ukupnost otpora pri protjecanju odnosno objedinjuje oba otpora strujanju fluida kroz ravnu cijev: viskoznost fluida i geometrijsku karakteristiku sustava, relativnu hrapavost cijevi $\frac{\varepsilon}{d}$. Relativna

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

hrapavost cijevi jest bezdimenzijski odnos apsolutne hrapavosti te unutarnjeg promjera cijevi. Apsolutna hrapavost cijevi ε odgovara srednjoj visini unutarnjih izbočina (slika 8.8).



Slika 8.8. Grafički prikaz apsolutne hrapavosti cijevi

Dogovorno je, umjesto ξ , uvedeno $\xi/2$ tako da se upravo $1/2$ poveže s umnoškom $v^2 \cdot \rho$ koji ukazuje na dinamički tlak kapljevine onosno na kinetičku energiju fluida iskazanu po jedinici volumena procesnog prostora:

$$f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) = \frac{\xi}{2} \quad (8.34.)$$

Jednadžba 8.32 poprima oblik:

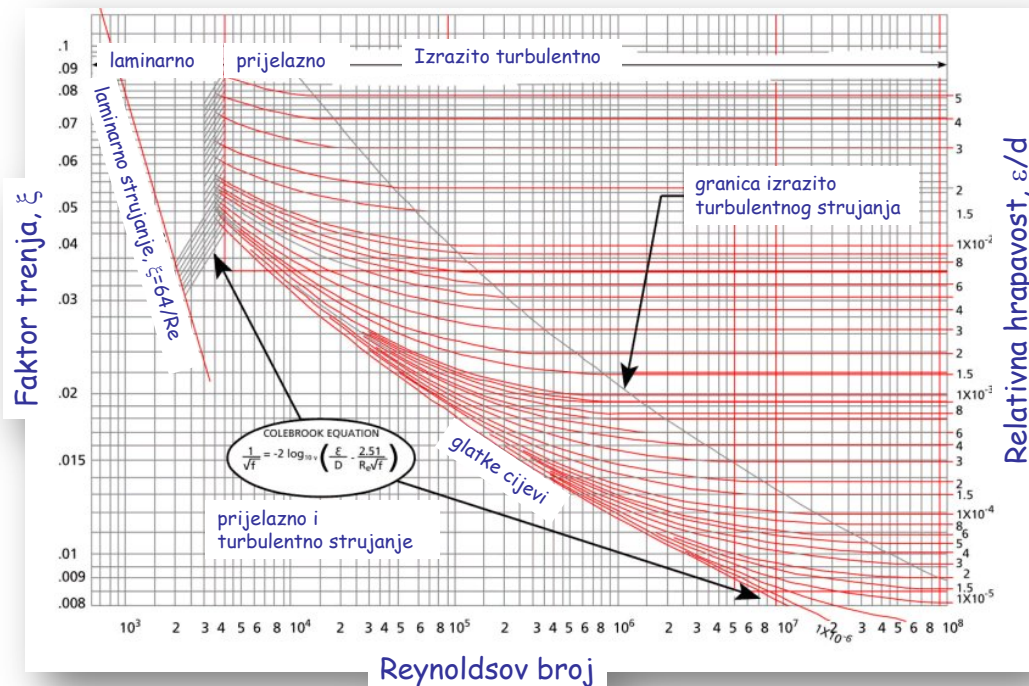
$$\frac{\Delta p}{v^2 \cdot \rho} = \frac{\xi}{2} \cdot \frac{l}{d} \quad (8.35.)$$

odnosno:

$$\Delta p = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.36.)$$

Jednadžba 8.36 omogućuje procjenu pada tlaka (odnosno nepovratnog gubitka energije) pri strujanju realnog fluida kroz ravnu cijev, a naziva se Darcy-Weissbachova jednadžba. Važno je napomenuti da ista vrijedi za bilo koji hidrodinamički režim odnosno za bilo koju vrijednost Re značajke.

Ovisnost faktora trenja o Re značajki ($f(\text{Re}, \varepsilon/d)$) određuje se eksperimentalno i naziva se Moodyevim dijagramom (slika 8.9). Upravo taj dijagram najbolje i vrlo jasno ukazuje na prisutne otpore pri strujanju realnog fluida kroz ravnu cijev (isključivo ravnu, ne i cjevovod) odnosno na zastupljenost određenih otpora s obzirom na hidrodinamičke uvjete u promatranom sustavu.



Slika 8.9. Moodyev dijagram

Laminarno strujanje fluida u ravnoj cijevi

Za laminarno strujanje primjenjiv je Hagen-Poiseuilleov izraz (jedn. 8.19), ali i Darcy-Weissbachova jednačzba (jedn. 8.36). Izjednačavanjem tih izraza dobiva se:

$$\frac{32 \cdot \eta \cdot l \cdot v_{sr}}{d^2} = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.37.)$$

Sređivanjem dobije se:

$$\xi = 64 \cdot \frac{\eta}{v_{sr} \cdot \rho \cdot d} \quad (8.38.)$$

odnosno:

$$\xi = \frac{64}{Re} = f(Re) \quad (8.39.)$$

Vidljivo je, prilikom laminarnog strujanja fluida u cijevi faktor trenja ovisi isključivo o Reynoldsovoj značajci i primjenjuje se jednačzba 8.39. Površina cijevi prekrivena je zamišljenim slojem fluida koji praktički miruje, a čija je debljina dovoljno velika da prekriva površinu cijevi, pa nema utjecaja relativne hrapavosti (ϵ/d). Zbog toga relativna hrapavost površine cijevi nema

utjecaja na gubitak energije, odnosno gubitak energije isključivo je posljedica viskoznog trenja. Količina gibanja prenosi se na čvrstu površinu cijevi isključivo molekularnim mehanizmom.

Turbulentno i prijelazno strujanje fluida u ravnoj cijevi

Kod većih brzina strujanja dolazi do formiranja hidrodinamičkog graničnog sloja koji se smanjuje s povećanjem brzine i udaljenošću, što je izraženo lokalnom Reynoldsovom značajkom, Re_x , (jednadžba 2.93.). Budući da je debljina graničnog sloja takva da hrapava površina nije u potpunosti prekrivena laminarnim podslojem, dolazi do izražaja i oblik, odnosno faktor trenja ovisi i o relativnoj hrapavosti (ε/d).

$$\xi = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (8.40.)$$

Čestice koje se gibaju vrtložnim mehanizmom mogu doći u kontakt s površinom toka pa se pored mehanizma molekularnog prijenosa količine gibanja javlja i prijenos količine gibanja uzrokovan otporom oblika. Molekularni mehanizam prijenosa prisutan je samo u laminarnom podsloju.

Izrazito turbulentno strujanje fluida u ravnoj cijevi i slučaj izrazito hrapavih cijevi

Za visoke vrijednosti Re -značajke i izrazito hrapave cijevi vrijedi:

$$\xi = f\left(\frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (8.41.)$$

Debljina laminarnog podsloja zanemariva je u odnosu na apsolutnu hrapavost tako da se utjecaj viskoznosti u potpunosti zanemaruje, a faktor trenja ovisi samo o relativnoj hrapavosti cijevi. Količina gibanja prenosi se isključivo vrtložnim mehanizmom odnosno konvektivnim transportom.

Postavlja se pitanje koju geometrijsku karakteristiku promatranog sustava uzimati pri izračunu vrijednosti Re značajke te procjene nepovratnog gubitka energije (Hagen-Poiseuilleov izraz ili Darcy-Weissbachova jednadžba) ukoliko promatrana cijev nije kružnog poprečnog presjeka presjeka. Tada, koristimo se ekvivalentnim promjerom.

Bilanca količine gibanja:

$$\Delta p \cdot A = \tau \cdot S$$

Površina plašta S definira se na sljedeći način:

$$S = O \cdot l \quad (8.42.)$$

gdje je O nakvašeni opseg ili nakvašeni perimetar, a l dužina cijevi pa slijedi:

$$\Delta p \cdot A = \tau \cdot O \cdot l \quad (8.43.)$$

odnosno:

$$\frac{A}{O} = \frac{\tau \cdot l}{\Delta p} \quad (8.44.)$$

A/O naziva se hidraulički radijus i koristi se učestalo.

Za cijev kružnog presjeka slijedi:

$$\frac{d}{4} = \frac{\tau \cdot l}{\Delta p} \quad (8.45.)$$

Izjednačavanjem gore navedenih jednadžbi dobiva se izraz za ekvivalentni promjer koji se definira kao omjer između četverostruke površine poprečnog presjeka cijevi i nakvašenog opsega:

$$d_{\text{ekv.}} = 4 \cdot \frac{A}{O} \quad (8.46.)$$

$$d_{\text{ekv.}} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{a^2}{4 \cdot a} = a \quad (8.47.)$$

Darcy Weissbachova jednadžba time poprima oblik:

$$\Delta p = \xi \cdot \frac{l}{d_{\text{ekv.}}} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.48.)$$

a Reynoldsova značajka definira se na sljedeći način:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d_{\text{ekv.}} \cdot \rho}{\eta} \quad (8.49.)$$

8.4. Strujanje realnog fluida kroz cjevovod

U većini slučajeva, posebno u industriji, fluidi struje odnosno protječu kroz cijevi koje u svojoj strukturi imaju ugrađene dodatne armaturne elemente. Takav transport fluida ne smatramo strujanjem kroz ravnu cijev već govorimo o strujanju fluida kroz cjevovod. Ti dodatni armaturni elementi (koljena, ventili, suženja, proširenja itd.) uzrokuju dodatni nepovratni gubitak energije fluida. Armaturni dijelovi uzrokuju naglu promjenu smjera strujanja i vrtloženje (prisutan je otpor oblika), što uzrokuje dodatni gubitak kinetičke energije.

Zbog toga se ukupni gubitak energije (pad tlaka kao njegova mjera) može izraziti kao suma:

$$\Delta p_{\text{UK}} = \Delta p_{\text{RC}} + \Delta p_{\text{A}} \quad (8.50.)$$

gdje je Δp_{RC} pad tlaka pri protjecanju kroz ravnu cijev, a Δp_{A} je pad tlaka zbog armaturnih dijelova.

Pad tlaka pri protjecanju kroz ravne cijevi definiran je Darcy-Weissbachovom jednadžbom (jedn. 8.36):

$$\Delta p_{\text{RC}} = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2}$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Budući da je kod armature otežano definirati geometrijske karakteristike ali i faktor trenja, uvodi se faktor mjesnog otpora (ζ), a izraz za pad tlaka armaturnih dijelova poprima sljedeći oblik:

$$\Delta p_A = \zeta \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.51.)$$

Iz toga slijedi da je ukupni pad tlaka kroz cjevovod:

$$\Delta p_{UK} = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.52.)$$

što se može pisati kao:

$$\Delta p_{UK} = \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \cdot \left(\xi \cdot \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \right) \quad (8.53.)$$

Slijedi:

$$\xi \cdot \frac{l}{d} = \zeta \quad (8.54.)$$

slijedi:

$$l_{ekv.} = \zeta \cdot \frac{d}{\xi} \quad (8.55.)$$

gdje je $l_{ekv.}$ zamišljena duljina ravne cijevi promjera d koja bi pružala isti otpor rezultira istim padom tlaka kao i promatrani armaturni element.

Jednadžba 8.53 kojom se procjenjuje ukupan pad tlaka u sustavu, i kao posljedica mjesnih optora armaturnih elemenata te otpora viskoznosti i geometrije sustava, tada se piše u obliku:

$$\Delta p_{UK} = \xi \cdot \frac{l + l_{ekv.}}{d} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (8.56.)$$

9. OPTJECANJE

Optjecanje jest relativno gibanje čvrstog tijela i fluida (postoji relativna brzina između čvrstog tijela i fluida). Iz ovakve definicije jasno proizlazi da optjecanjem nazivamo i podrazumijevamo gibanje čvrstog tijela u mirujućem fluidu poradi gravitacije ili druge sile, ali i opstrujavanje fluida oko čvrstih tijela koja miruju. Optjecanju prethodi pokretačka sila (a *driving force*) i to sila inercije za slučaj opstrujavanja fluida oko mirujuće čvrste čestice i razlika u gustoći čvrstih čestica i fluida za slučaj gibanja čvrste čestice u mirujućem fluidu. No, ovoj pokretačkoj sili se također protive određeni otpori. Pokazat će se u nastavku da su otpori pri ovakvom karakterističnom slučaju gibanja fluida viskoznost fluida te oblik čvrstog tijela.

Važno je napomenuti da je upravo ovaj fenomen, ovaj karakterističan slučaj gibanja fluida sveprisutan u mehaničkom makroprocesu sedimentacije kojom se čvrste čestice uklanjaju iz suspenzije odnosno odvajaju od kapljevine poradi sadržane razlike u gustoći. Fundamentalno, fizička slika procesa sedimentacije temelji se na fenomenu optjecanja. I upravo zato, da bi se razumio mehanički makroproces sedimentacije i predvidio njegov tijek u praksi potrebno je nužno poznavati fundamentalni sadržani fenomen optjecanja. Vidjet će se, izrazi kojima se predviđa tijek procesa sedimentacije i procjenjuje potrebna površina sedimentatora temelje se i proizlaze iz matematičkog opisa fenomena optjecanja.

Hidrodinamički režim u ovakvim sustavima definira se primjenom Reynoldsove bezdimenzijske značajke za optjecanje:

$$\text{Re} = \frac{vd_c \rho}{\eta} \quad (9.1.)$$

gdje su ρ i η gustoća i dinamička viskoznost fluida.

U slučaju prisutnosti nesferičnih tijela hidrodinamički režim definiran je s:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d_{\text{ekv}} \cdot \rho}{\eta} \quad (9.2.)$$

gdje je d_{ekv} ekvivalentni promjer, odnosno promjer one kugle koja ima isti volumen kao i promatrano tijelo nepravilnog oblika:

$$d_{\text{ekv}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} \quad (9.3.)$$

gdje je V volumen nepravilnog tijela. Jedn. 9.3 izvodi se iz definicije volumena kugle.

Tako je za kocku:

$$V = a^3 \quad (9.4.)$$

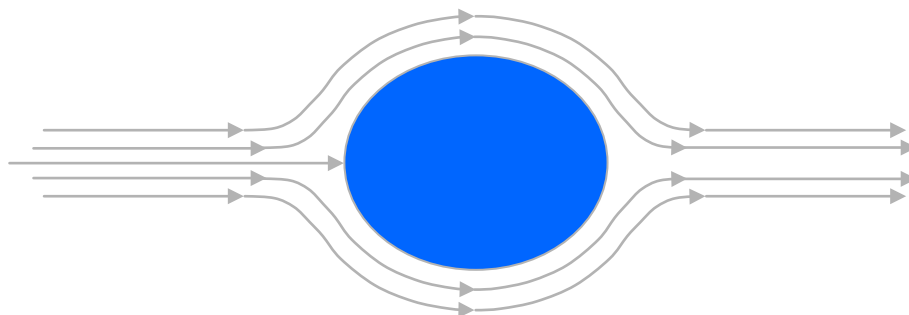
$$d_{\text{ekv}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot a^3}{\pi}} \quad (9.5.)$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

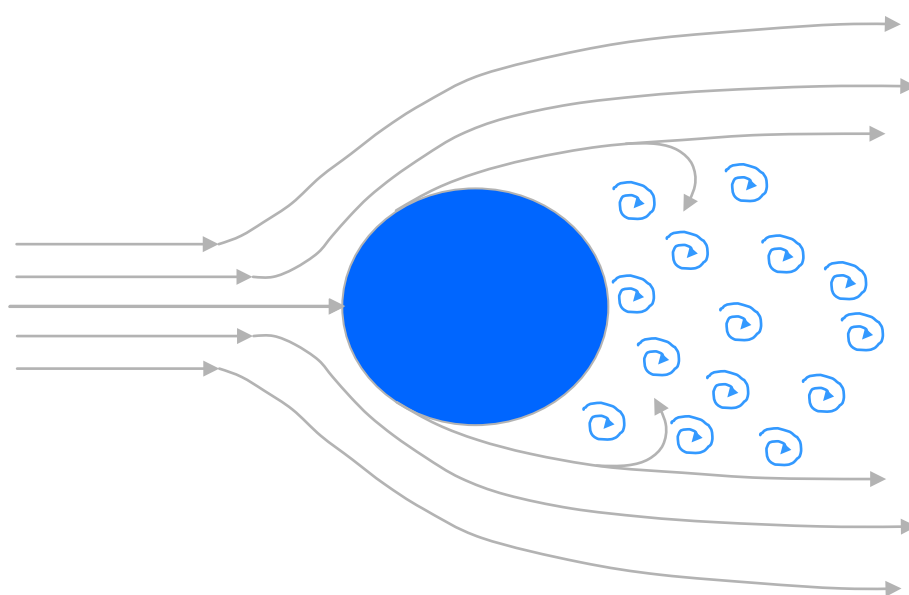
Pri optjecanju prisutna su dva granična slučaja (slike 9.1-9.4):

- Isti oblik čvrstog tijela, različite brzine strujanja fluida (različiti hidrodinamički uvjeti iskazani Re značajkom)
- Ista brzina strujanja (Re), različit oblik čvrstog tijela.

Kod malih Reynoldsa ($Re \leq 1$) i pogodnog oblika tijela (sferično tijelo oblika kugle) dominira viskozno trenje, međutim uvijek je prisutan i otpor oblika, budući da čestice fluida direktno nastrujavaju na čvrsto tijelo. Takvo strujanje podsjeća na laminarno strujanje fluida pri protjecanju i naziva se puzeće strujanje (*creeping flow*). Kod velikih Reynoldsa i nepovoljnog geometrijskog oblika (ploča) dominira otpor oblika. Uslijed inercije čestica fluida, zbog naglog skretanja strujnica, dolazi do otkidanja graničnog sloja. Iza tijela se zadržava nešto fluida koji se intenzivno kovitla, budući da je u dodiru sa strujom fluida koji ga tangencijalno dodiruje pri čemu dolazi do određenog prijenosa količine gibanja (dodatni gubitak energije). Za tijela oštih rubova otpor oblika je velik.

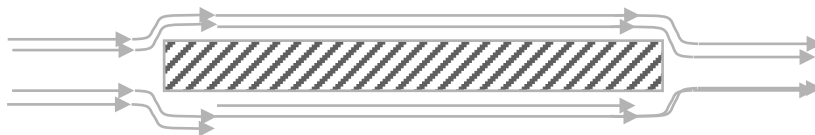


Slika 9.1. Shematski prikaz puzećeg strujanja (Re manji od 1)

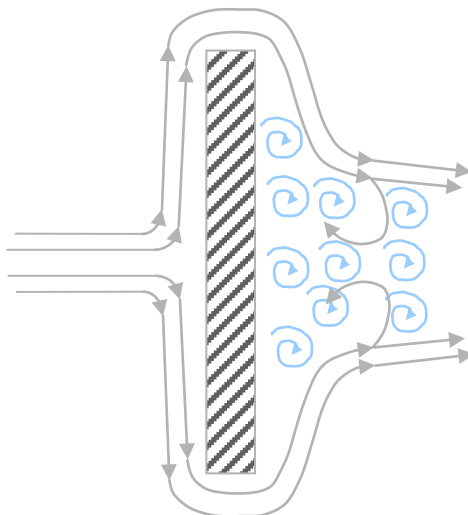


Slika 9.2. Shematski prikaz pojave vrtloženja pri optjecanju (Re veći od 1)

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA



Slika 9.3. Shematski prikaz puzećeg strujanja u slučaju pogodnih oblika tijela



Slika 9.4. Shematski prikaz strujanja u slučaju nepogodnih oblika tijela

Dakle, kod malih vrijednosti Re značajke i pogodnog oblika čvrstog tijela egzistira puzeće strujanje koje podsjeća na slojevito strujanje fluida pri fenomenu protjecanja. Tada, dominira otpor viskoznog trenja. Međutim, uvijek je prisutan i otpor oblika. Ti je značajna ralička u odnosu na fenomen protjecanja. Kod velikih Re i nepogodnih oblika prisutno je naglo skretanje strujnica fluida te pojava vrtloženja. U tom slučaju dominira otpor oblika.

Pri optjecanju također dolazi do nepovratnog gubitka energije poradi prisutnosti određenih otpora u ovakvom hidrodinamskom sustavu. To su viskozno trenje (viskoznost fluida) te otpor oblika tijela. Pri iskazivanju nepovratnog gubitka energije pri optjecanju koristimo se izračunom sile otpora (F_D) koja je posljedica prisutnosti viskoznog trenja (zbog svojstva viskoznosti) te otporom koji ovisi o obliku tijela.

$$F_{\text{uk}} = F_D = F_{\text{tr}} + F_i \quad (9.6.)$$

U silu trenja (F_{tr}) ugrađen je doprinos otpora viskoznog trenja odnosno gubitka tlačne energije u sustavu poradi prisutnosti viskoznosti fluida (*skin friction*). U silu otpora oblika odnosno silu inercije (F_i) ugrađen je doprinos inercijskog otpora odnosno gubitka kinetičke energije promatranog sustava poradi postojanja otpora oblika (*drag friction*).

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Ukupna sila otpora koja se generira u sustavu ovisna je o svojstvima tijela i fluida:

$$F_D = f(v, d, \rho, \eta, \psi) \quad (9.7.)$$

Ovdje je ψ - sferičnost ($\psi \leq 1$) koji se uz:

$$V_{kugle} = V_{tijela} \quad (9.8.)$$

može izračunati prema:

$$\psi = \frac{S_{kugle}}{S_{tijela}} \quad (9.9.)$$

Dakle, sfericitet (sferičnost) tijela ukazuje na oblik promatranog tijela i definira se odnosom oplošja kugle i tijela nepravilnog oblika, a istog volumena (obujma).

Za laminarno područje ($Re < 1$) vrijedi:

$$F_{tr} = f_1 \cdot p_k \cdot S \quad (9.10.)$$

gdje je f_1 faktor otpora s obzirom na površinu S .

Stokes uspijeva riješiti skup diferencijalnih jednadžbi kojima se opisuju pojave pri fenomenu optjecanju u laminarnom području. Rješenje jest izraz za silu otpora kod laminarnog strujanja:

$$F_D = 3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot v \quad (9.11.)$$

$$F_D = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot v}_{\text{sila trenja}} + \underbrace{\pi \cdot \eta \cdot d \cdot v}_{\text{sila inercije}} \quad (9.12.)$$

Iako se radi o laminarnom području, ukupna sila otpora sastoji se od sile trenja ($2/3$), ali i neminovno i od sile otpora oblika ($1/3$). Dakle, i kod najmanjih brzina strujanja, uvijek je prisutan otpor oblika. Kako je rečeno, to je značajna razlika u odnosu na fenomen protjecanja gdje, u laminarnom području otpor oblika nije prisutan i jedini otpor koji se javlja jest viskoznost fluida.

Pri prijelaznom i turbulentnom području ($Re > 1$) odnosi su kudikamo kompleksniji te se koristi pristup dimenzijske analize kao što je to bio i slučaj kod strujanja fluida u cijevi u uvjetima turbulentnog strujanja. Pokazuje se da je sila otpora funkcija hidrodinamičkih uvjeta, geometrije sustava i svojstava fluida, što se zapisuje izrazom:

$$F_D = f(v, \rho, \eta, d, \psi) \quad (9.13.)$$

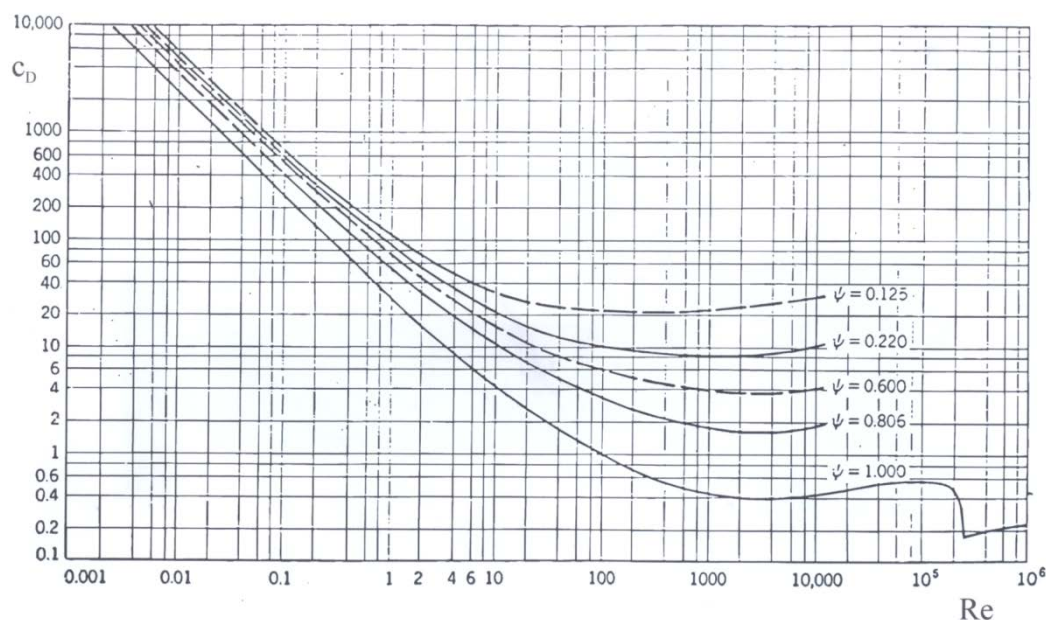
Primjenom Rayleighove metode dimenzijske analize slijedi:

$$F_D = C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (9.14.)$$

To je izraz za silu otpora pri optjecanju koji vrijedi za sve režime strujanja odnosno za bilo koji hidrodinamički režim. Površina A jest projicirana površina tijela okomita na smjer strujanja.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Faktor otpora C_D ukazuje na ukupnost otpora pri optjecanju kao što to I ukazuje factor trenja kod protjecanja. Slično, ovisan je o Re te obliku tijela (slika 9.5).



Slika 9.5. Prikaz ovisnosti faktora otpora o Reynoldsovoj značajci

Pri laminarnom hidrodinamičkom režimu ($Re < 1$) količina gibanja prenosi se molekularnim mehanizmom kao što je to i bio slučaj pri laminarnom strujanju fluida u cijevi. Nepovratni gubitak energije jest posljedica postojanja viskoznost trenja s $2/3$ doprinosom i prisutnosti otpora oblika s $1/3$ doprinosom. Izjednačavanjem jednadžbi 9.11 i 9.14 dobiva se izraz za faktor otpora u laminarnom području:

$$3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot v = C_D \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (9.15.)$$

$$C_D = \frac{24 \cdot \eta}{v \cdot d \cdot \rho} \quad (9.16.)$$

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (9.17.)$$

To znači da u laminarnom području nema utjecaja geometrijskog faktora što bi značilo da nije prisutan i otpor oblika, međutim taj otpor je uvijek prisutan.

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Pri prijelaznom području ($1 < Re < 10^3$) količina gibanja prenosi se molekularnim i vrtložnim mehanizmom, a nepovratni gubitak energije jest posljedica postojanja viskoznog trenja i otpora oblika tijela sa znatno većim doprinosom. Pri području razvijene turbulencije ($Re > 10^3$) količina gibanja prenosi se isključivo vrtložnim mehanizmom, a nepovratni gubitak energije jest isključivo posljedica viskoznog trenja ($C_D = f(\psi)$).

Valja dodatno naglasiti da je otpor oblika prisutan u čitavom području Re odnosno pri svim hidrodinamičkim uvjetima u sustavu. Oba uzroka gubitka energije prisutni su istovremeno u laminarnom i prijelaznom području ne i području razvijene turbulencije. Bitna je to razlika u odnosu na Moodyev dijagram.

Rečeno je na početku ovog poglavlja kako je fenomen optjecanja prisutan pri procesu sedimentacije. Time, razumijevanje procesa separacije u sustavima čvrsto-kapljevito sedimentacijom nužno polazi od razumijevanja fenomena optjecanja i njegovog matematičkog opisa. I upravo za proces sedimentacije potrebno je poznavati brzinu gibanja čestice u mirujuće fluidu. Temeljem tog matematičkog opisa uz određene korekcije moguće je predvidjeti potrebnu površinu sedimentatora.

U tu svrhu promotrimo nesmetano taloženje čvrste čestice u mirujućem fluidu. Čestica jest sferičnog oblika (radi jednostavnosti razmatranja) i ona se giba u fluidi uslijed sile gravitacije, stohga i govorimo o taloženju čestice. Dodatno valja ukazati na različitost nesmetanog i smetanog gibanja čestice u fluidu. Ukoliko se giba samo jedna čestica u dovoljno velikom volumenu fluida govorimo o nesmetanom gibanju čvrstog tijela. No, nesmetanim taloženjem podrazumijevamo i ako imamo više čestica u fluidu koje su dovoljno međusobno razmaknute da ne dolazi do preklapanja brzinskih profila. Općenito, smatra se ukoliko su čestice razmaknute međusobno na udaljenosti koja odgovara više od njihovih šesterostrukih promjera da si čestice međusobno neće smetati u svom gibanju u mirujućem fluidu.

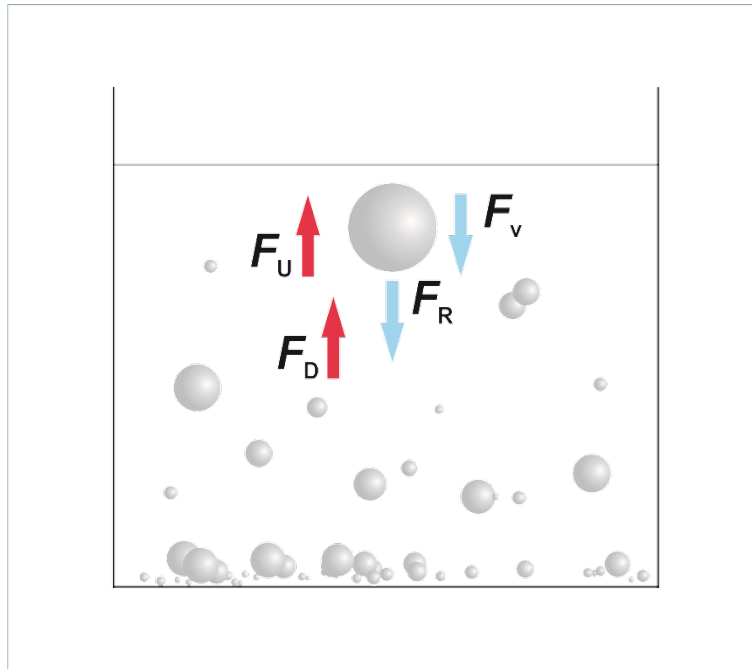
Polazište izvoda jest zakon očuvanja količine gibanja. Da bi se postavila bilanca sile razmotrimo koje se to sile prisutne i karakteristične u ovakvom hidrodinamskom sustavu gibanja čestice u mirujućem fluidu (slika 9.6):

- rezultantna sila:
$$F_R = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (9.18.)$$

- vanjska sila koja uzrokuje gibanje:
$$F_v = m \cdot a \quad (9.19.)$$

- sila uzgona:
$$F_u = m_{\text{fluida}} \cdot a = \frac{m_{\text{čestice}}}{\rho_{\text{čestice}}} \cdot \rho_{\text{fluida}} \cdot a \quad (9.20.)$$

- sila otpora:
$$F_D = C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} = C_D \cdot \underbrace{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{v^2 \rho}{2}}_{\text{za kuglu}}$$



Slika 9.6. Prikaz sila prisutnih pri taloženju čvrste čestice u fluidu

Prema zakonu očuvanja količine gibanja vrijedi:
$$\sum_{i=1}^N F_i = 0$$

Bilanca sila glasi:

$$m_{\xi} \cdot \frac{dv}{dt} = m_{\xi} \cdot a - \frac{m_{\xi}}{\rho_{\xi}} \cdot \rho_f \cdot a - C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho_f}{2} / m_{\xi} \quad (9.21.)$$

Sređivanjem gornjeg izraza dobiva se:

$$\frac{dv}{dt} = a - \frac{\rho_f}{\rho_{\xi}} \cdot a - C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho_f}{2 \cdot m_{\xi}} \quad (9.22.)$$

odnosno:

$$\frac{dv}{dt} = a \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_{\xi}}\right) - C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho_f}{2 \cdot m_{\xi}} \quad (9.23.)$$

Nakon određenog vremena dolazi do uravnoteženja sila i brzina postaje konstantna, tj. gibanje postaje stacionarno ($dv/dt = 0$). Gibanje čestica odvija se samo pod utjecajem gravitacije ($a = g$).

$$\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_{\xi}}\right) \cdot g = C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho_f}{2 \cdot m_{\xi}} \quad (9.24.)$$

Za kuglu vrijedi: $A = (d^2 \cdot \pi) / 4$, pa je:

$$m_{\xi} = V_{\xi} \cdot \rho_{\xi} = \frac{d_{\xi}^3 \cdot \pi}{6} \cdot \rho_{\xi} \quad (9.25.)$$

Uvrštenjem izraza za površinu i masu čestica u bilancu sila, dobiva se izraz za brzinu koji vrijedi za bilo koji hidrodinamički režima odnosno za sve vrijednosti Reynoldsove značajke:

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

$$v = \sqrt{\frac{4 \cdot d_{\varepsilon} \cdot (\rho_{\varepsilon} - \rho_f) \cdot g}{3 \cdot \rho_f \cdot C_D}} \quad (9.26.)$$

Uzme li se u obzir ovisnost faktora otpora o Reynoldsovoj značajci u laminarnom području:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} = \frac{24 \cdot \eta}{v \cdot d_{\varepsilon} \cdot \rho_f} \quad (9.27.)$$

dobiva se Stokesov zakon za brzinu padanja čvrstih čestica u laminarnom području pod djelovanjem gravitacijskog polja:

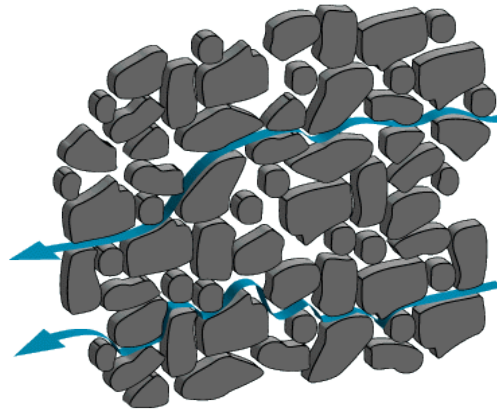
$$v = \frac{d_{\varepsilon}^2 \cdot (\rho_{\varepsilon} - \rho_f) \cdot g}{18 \cdot \eta} \quad (9.28.)$$

U slučaju prisutnosti nesferičnih tijela uvrstit će se ekvivalentni promjer.

10. STRUJANJE FLUIDA KROZ POROZAN SLOJ

Ovaj fenomen, odnosno ovaj karakterističan slučaj strujanja fluida jest osnova jediničnih operacija filtracije i fluidizacije. Naime, postoje dva tipa poroznih medija odnosno sredina i oba su od velikog značaja u mnogim područjima djelovanja ljudskog života (zaštita okoliša, zaštita zdravlja ljudi – farmaceutska industrija, prehrambena industrija i dr.). To su: fiksni (nepokretan) i fluidizirajući (pokretan sloj). U prvom, sastavnice sloja (konstituenti) su fiksni i ne pokreću se fluidom, dok u drugom fluid podiže sloj čvrstih čestica i fenomenološki ga pretvara u fluidizirano stanje (slike 5.5 i 5.6). I upravo pri mehaničkom makroprocesu filtracije prisutan je fenomen strujanja fluida kroz fiksni porozan sloj (filtarsko sredstvo i filtarski kolač kao polidisperzni sustav deponiranih čvrstih čestica iz suspenzije). Drugi tip poroznog sloja prisutan je pri svakoj fluidizaciji. I upravo zato, dobro razumijevanje mehaničkih makroprocessa filtracije i fluidizacije proizlazi odnosno slijedi dobro poimanje fenomena strujanja fluida kroz nepokretan i fluidizirajući porozan sloj. Matematički opis procesa filtracije i fluidizacije te predviđanje tijeka tih procesa u praksi počiva na matematičkim opisima sadržanog fenomena strujanja fluida kroz sloj čvrstoga.

Promotrimo sloj čestica (slika 10.1), jedan višeslojan porozni medij, koji se sastoji od čestica različitih veličina i oblika pri čemu postoji veliki broj pora nepravilnih oblika (to nisu cilindrični međuprostori) različitih dužina i promjer. Iz navedenog jasno proizlazi da je ovakav hidrodinamski sustav uistinu vrlo kompleksan za svoje geometrijsko opisivanje. Fluid struji kroz sloj čestica brže ili sporije ovisno o pokretačkoj sili fenomena (razlika tlakova), ali i o otporu koji pruža sam sloj. Dakle, svakom strujanju fluida kroz porozan sloj prethodi razlika tlaka iznad i ispod promatranog sloja. U svrhu postizanja boljeg toka fluida u sloju porebno je proces voditi uvjetima povećane pokretačke sile i manjih otpora strujanju. Ako su čestice krupne, tada sloj čvrstoga sadrži široke međučestične prostore (pore) i otpor takvog sloja je relativno malen, a strujanje može biti laminarno te turbulentno ovisno o narinutoj pokretačkoj sili (razlici tlaka). Međutim, ako je sloj sastavljen od sitnih čestica tada su međučestični prostori odnosno pore vrlo uske, ponekad čak i kapilarne. U tim uvjetima, tako pakirane čestice u sloju predstavljaju veliki otpor strujanju i neovisno o pokretačkoj sili (koliko god ona velika bila), brzina strujanja je malena te je u ovom slučaju strujanje praktički uvijek laminarno. Očito je, geometrija ovakvih poroznih struktura značajno utječe na hidrodinamički režim u sustavu. U svrhu pojednostavljenja, realni sustav s česticama i porama nepravilnog oblika i različitih veličina zamjenjuje se idealiziranim, kod kojeg su pore cilindričnog oblika i iste veličine, jednoliko raspodijeljene.



Slika 10.1. Prikaz strujanja fluida kroz poroznu sredinu

Za definiranje geometrije ovakvog kompleksnog hidrodinamskog sustava (poroznog sloja) primjenjuju se sljedeće karakteristike sloja:

- i. poroznost sloja (ε) jest volumni udio pora (međučestičnog prostora) u poroznom sloju

$$\varepsilon = \frac{V_{SL} - V_{\check{c}}}{V_{SL}} = \frac{V_{\check{s}}}{V_{SL}} = \frac{V_P}{V_{SL}} \quad (10.1.)$$

$$1 - \varepsilon = \frac{V_{\check{c}}}{V_{SL}} \quad (10.2.)$$

$$V_{\check{c}} = (1 - \varepsilon) \cdot V_{SL} \quad (10.3.)$$

gdje je V_{SL} volumen sloja, $V_{\check{c}}$ volumen čvrste faze, a $V_{\check{s}}$ volumen šupljina.

- ii. broj čestica u sloju

$$n = \frac{\text{volumen svih čestica}}{\text{volumen jedne čestice}} \quad (10.4.)$$

$$n = \frac{(1 - \varepsilon) \cdot V_{SL}}{V_{\text{jedne čestice}}} = \frac{A_{SL} \cdot l \cdot (1 - \varepsilon)}{\frac{d_{\check{c}}^3 \cdot \pi}{6}} \quad (10.5.)$$

- iii. promjer pora

Budući da su pore nepravilnog oblika, a poprečnog presjek pore nije krug, uvodi se ekvivalentni promjer pora:

$$d_{\text{ekv}} = 4 \cdot \frac{A_P}{O} = 4 \cdot \frac{A_P}{O} \cdot \frac{l}{l} = 4 \cdot \frac{V_P}{S_{UK}} = 4 \cdot \frac{V_{SL}}{\frac{S_{UK}}{V_{SL}}} \quad (10.6.)$$

gdje je A_P površina poprečnog presjeka pora.

Proizlazi da je ekvivalentni promjer pora:

$$d_{\text{ekv}} = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{S_V} \quad (10.7.)$$

- iv. specifična površina (cjelokupna slobodna površina unutar sloja izražena po jedinici volumena sloja)

$$S_V = \frac{S_{\text{UK}}}{V_{\text{SL}}} = \frac{n \cdot S_{\text{jedne čestice}}}{V_{\text{SL}}} = \frac{\frac{A_{\text{SL}} \cdot l \cdot (1 - \varepsilon)}{d_{\text{č}}^3 \cdot \pi} \cdot d_{\text{č}}^2 \cdot \pi}{6 A_{\text{SL}} \cdot l} \quad (10.8.)$$

$$S_V = \frac{6 \cdot (1 - \varepsilon)}{d_{\text{č}}} \quad (10.9.)$$

Kombinacijom gore navedenih izraza slijedi da je ekvivalentni promjer:

$$d_{\text{ekv}} = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{S_V} = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{\frac{6 \cdot (1 - \varepsilon)}{d_{\text{č}}}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon \cdot d_{\text{č}}}{1 - \varepsilon} \quad (10.10.)$$

- v. površinska brzina (v_A) je brzina kojom fluid nastrujava na površinu sloja (A). Ta brzina se uvelike razlikuje od brzine kojom fluid struji kroz pore sloja. Tako nalaže zakon kontinuiteta odnosno zakon očuvanja mase za hidrodinamske sustave:

$$\dot{V}_P = \dot{V}_{\text{SL}} \quad (10.11.)$$

$$\dot{V} = v \cdot A_P = v_A \cdot A_{\text{SL}} \quad (10.12.)$$

$$v = v_A \cdot \frac{A_{\text{SL}} \cdot l}{A_P \cdot l} = v_A \cdot \frac{V_{\text{SL}}}{V_P} \quad (10.13.)$$

$$v = \frac{v_A}{\varepsilon} \quad (10.14.)$$

Postavlja se zakon očuvanja količine gibanja za promatrani sustav čvrstoga te se izjednačuju pokretačka sila (sila tlaka) i ukupna sila otpora u sloju:

$$\Delta p \cdot A_P = n \cdot F_D \quad (10.15.)$$

Sagledamo li fenomenološki strujanje fluida kroz međučestičan prostor uvidjet će se da fluid pri svom strujanju zapravo optječe odnosno opstrujava čvrstu česticu. Fundamentalno, pri svakom strujanju fluida kroz sloj čestica neminovno je prisutan i fenomen optjecanja. Upravo zato koristimo se u izvodu silom otpora koja se generira za svaku česticu u sloju:

$$\Delta p \cdot A_{\text{SL}} \cdot \varepsilon = \frac{A_{\text{SL}} \cdot l \cdot (1 - \varepsilon)}{d_{\text{č}}^3 \cdot \pi} \cdot C_D \cdot A \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{2} \quad (10.16.)$$

$$\Delta p \cdot \varepsilon = \frac{l \cdot (1 - \varepsilon)}{\frac{d_c^3 \cdot \pi}{6}} \cdot C_D \cdot \frac{d_c^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{v^2 \cdot \rho}{\varepsilon^2 \cdot 2} \quad (10.17.)$$

$$\Delta p = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot C_D \cdot \frac{l}{d_c} \cdot \frac{v_A^2 \cdot \rho}{2} \quad (10.18.)$$

gdje je C_D faktor otpora strujanju kroz porozan sloj.

Izraz 10.18 omogućuje procjenu pada tlaka pri strujanju fluida kroz porozan sloj neovisno o geometriji (široke ili uske pore) odnosno neovisno o hidrodinamičkim uvjetima u sustavu (laminarno ili turbulentno). Ova jednadžba podsjeća na Darcy-Weissbachovu kod strujanja fluida u cijevi, a razlikuje se u svom prvom dijelu zbog kompleksne geometrije poroznog sloja.

Matematički opis strujanja fluida kroz uske pore

Ranije je spomenuto da je kod poroznih slojeva, koji su sastavljeni od sitnih čestica, zbog velikog otpora brzina strujanja kroz pore vrlo mala, te je strujanje laminarno neovisno o narinutoj razlici tlaka. Time, nameće se pretpostavka da se faktor otpora ξ i za ovaj karakterističan slučaj može izvesti na sličan način kao i kod protjecanja $\left(\xi = \frac{64}{\text{Re}}\right)$ i optjecanja $\left(C_D = \frac{24}{\text{Re}}\right)$.

Pri strujanju kroz porozan sloj Reynoldsova značajka izražava se u modificiranom obliku budući da uzima u obzir složene geometrijske karakteristike:

$$\text{Re}' = \frac{v \cdot d_{\text{ekv}} \cdot \rho}{\eta} = \frac{v_A \cdot \frac{2}{\varepsilon} \cdot \frac{d_c \cdot \varepsilon}{3 \cdot (1 - \varepsilon)} \cdot \rho}{\eta} \quad (10.19.)$$

Ako se uvrsti izraz za ekvivalentni promjer, dobiva se:

$$\text{Re}' = \frac{2 \cdot d_c \cdot v_A \cdot \rho}{3 \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \eta} \quad (10.20.)$$

Uzme li se u obzir da je kod strujanja kroz cijev, faktor otpora:

$$\xi = \frac{64}{\text{Re}'}$$

uvrštanjem u opći izraz za strujanje kroz poroznu sredinu dobiva se:

$$\Delta p = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{64}{\frac{v_A \cdot d_c \cdot \rho}{\eta \cdot (1 - \varepsilon)}} \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3} \cdot \frac{\ell}{d_c} \cdot \frac{v_A^2 \cdot \rho}{2} / \div \ell \quad (10.21.)$$

$$\frac{\Delta p}{\ell} = 72 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A \cdot \eta}{d_\varepsilon^2} \quad (10.22.)$$

Eksperimentalno je međutim utvrđeno da se u slučaju, kada je porozni sloj sačinjen od sferičnih čestica, faktor otpora može izračunati iz jednadžbe:

$$C_D = \frac{160}{Re'} \quad (10.23.)$$

(Umjesto konstante 64 uvrštava se konstanta 160). U literaturi ovisno o autorima može se naći konstanta 152.

Uvrštavanjem u opću jednadžbu za pad tlaka dobiva se:

$$\frac{\Delta p}{\ell} = 180 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A \cdot \eta}{d_\varepsilon^2} \quad (10.24.)$$

Ovaj izraz naziva se Carman-Kozenyjeva jednadžba po svojim autorima i vrijedi za laminarno strujanje fluida kroz porozan sloj.

Matematički opis strujanja fluida kroz široke pore

U slučaju kada je porozan sloj sačinjen od većih čestica međuprostori su većeg promjera, a otpori strujanju su manji, brzina strujanja fluida je velika te je i strujanje turbulentno. U ovim uvjetima strujanja kroz porozan sloj, Burke i Plummer empirijski su detektirali da je vrijednost faktora otpora konstantna i da iznosi:

$$C_D = 2,3$$

Uvrštavanjem u jednadžbu 2.223. dobiva se Burke-Plummerova jednadžba za turbulentno strujanje fluida kroz porozan sloj:

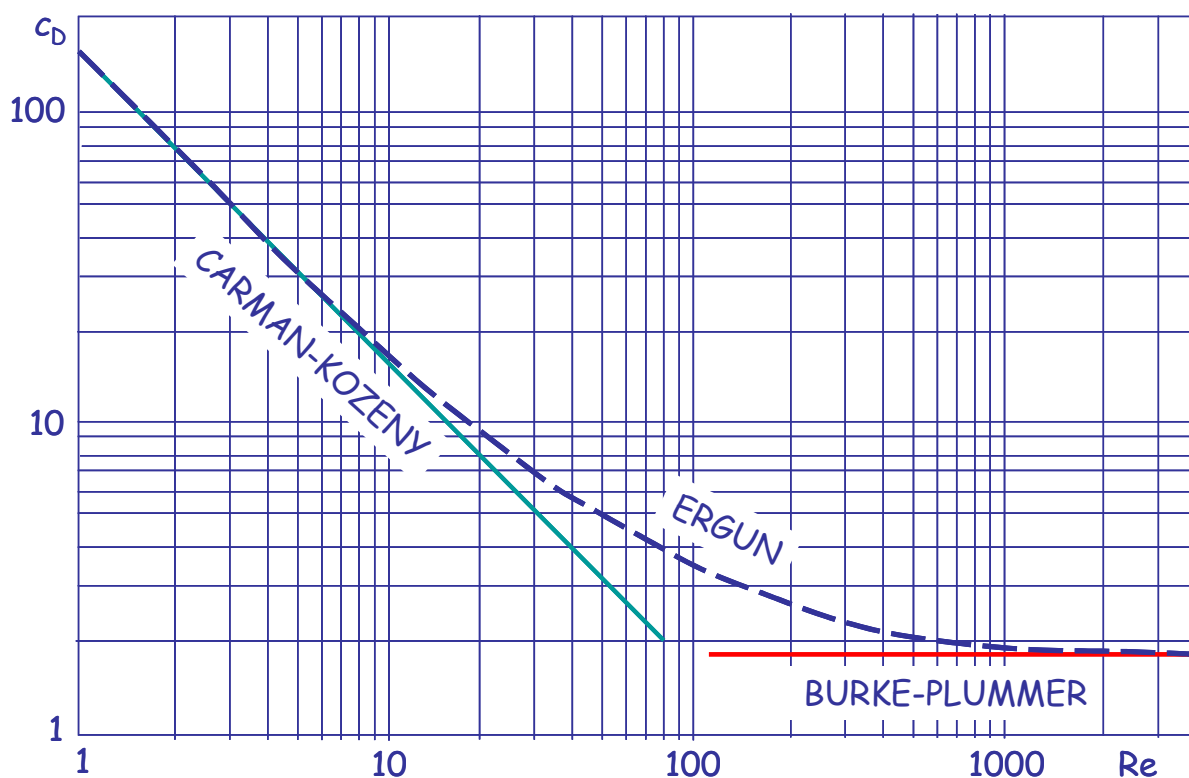
$$\frac{\Delta p}{\ell} = 1,75 \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A^2 \cdot \rho}{d_\varepsilon} \quad (10.25.)$$

FENOMEN PRIJENOSA KOLIČINE GIBANJA

Izvedene jednadžbe 10.24 i 10.25 ukazuju na pad tlaka (nepovratni gubitak energije) u rubnim uvjetima laminarnog ili turbulentnog strujanja. Sumiranjem oba doprinosa dobiva se Ergunova jednadžba:

$$\frac{\Delta p}{l} = 180 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A \cdot \eta}{d_\varepsilon^2} + 1,75 \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A^2 \cdot \rho}{d_\varepsilon} \quad (10.26.)$$

Grafičkim prikazom $C_D = f(Re')$ dobiva se dijagram koji podsjeća na dijagram ovisnosti faktora otpora o Reynoldsovoj značajci kod protjecanja (Moodyev dijagram) i optjecanja (slika 9.5). Pravci koji slijede iz Carman-Kozenyjeve i Burke-Plummerove jednadžbe smatraju se asimptotama Ergunove krivulje (slika 10.2).



Slika 10.2. Grafički prikaz ovisnosti faktora otpora o Re pri strujanju fluida kroz porozan sloj

Mehanički makroprocesi

MEHANIČKI MAKROPROCESI

Fenomen prijenosa količine gibanja sadržan je u svakom mehaničkom procesu. Fundamentalno gledajući, mehanički makroprocesi sedimentacije, filtracije te mehaničkog miješanja počivaju na fenomenu prijenosa količine gibanja sa stajališta optjecanja, strujanja fluida kroz nepokretan porozan sloj te strujanja fluida u miješalici. Poznavanje mehaničkog procesa počinje od poimanja fenomena prijenosa količine gibanja. Matematički opisi mehaničkih makroprocesa, kojima se služimo u predviđanju tijeka procesa u praksi te dimenzioniranja procesnih sustava, počivaju na matematičkim opisima sadržanih fenomena strujanja.

11. MEHANIČKI MAKROPROCES

Mehanički proces razlikuje se značajno od toplinskog procesa. U toplinskom procesu sadržan je fenomen prijenosa topline te nerijetko i izmjena tvari. U mehaničkom procesu sadržan je fenomen prijenosa količine gibanja. Svojevrsne su pretvorbe (fizičke) i separacije tvari uslijed mehaničkog djelovanja u grubodisperznim sustavima.

Mehanički makroproces je svaki proces kojim se ostvaruje promjena(e) u grubodisperznim sustavima (dakle na makrorazini promatranog sustava). Mehaničkim makroprocesom mijenja se stanje izmiješanosti (proces mehaničke separacije/odvajanja i procesi kontaktiranja) i stanje disperznosti/granulometrijsko stanje (proces usitnjavanja i procesi okrupnjavanja odnosno aglomeriranja) promatranog grubodisperznog sustava. Podjela mehaničkih makroprocessa dana je slikom 11.1.



Slika 11.1. Podjela mehaničkih makroprocessa

12. KARAKTERIZACIJA GRUBODISPERZNIH SUSTAVA

Partikularni sustav jest svaki sustav koji se sastoji od čestica/jedinki (diskretnih sastavnica tvari). Jedinke u tom slučaju mogu biti čvrste, kapljevite ili plinovite te zastupljene u bilo kojoj od ovih triju faza. Dakle, partikularni sustav je disperzni sustav u kojem disperzna faza može varirati od čvrstih jedinki, kapljica do mjehurića i ukojem je ona raspodijeljena (bolje ili lošije) u S/L/G disperznom sredstvu. Mnogo je primjera partikularnih odnosno disperznih sustava (tablica 12.1).

Tablica 12.1. Primjeri partikularnih sustava

PRAŠKASTI SUSTAVI (PRAŠCI)	Šećer, brašno, škrob, pijesak, pigmenti, prah tonera
KAPLJEVITE MJEŠAVINE: EMULZIJE (L/L) & SUSPENZIJE (S/L)	Mlijeko, maslac, krv, boja
MJEŠAVINE ČVRSTOGA (S/S)	Stijene, sedimenti, farmaceutici
AEROSOLI (L/G+S/G)	Magla, sprejevi, inhalatori
PLINOVITI MJEHURIĆI U MEDIJU	Kreme (G/L) i pjene (G/S)
AGLOMERATI – OKRUPNJENE MATRICE	Granule, pelete, itd.

Samo u kemijskoj industriji 60 % svih proizvoda čine partikularni sustavi, a dodatnih 20 % koristipraške kao potrebne sastojke. Njihova velika primjena pripisuje se njihovoj enormnoj specifičnoj površini. Prema veličini disperzne faze razlikujemo:

1. Grubodisperzne sustave – čestice disperzne faze veće su od 100 nm,
2. Koloidno disperzne sustave – čestice disperzne faze u rasponu veličina 1-100 nm,
3. Molekularno disperzne sustave – čestice disperzne faze manje su od 1 nm.

U okviru ovog kolegija te mehaničkog procesnog inženjerstva kao discipline razmatraju se pretvorbe (fizičke) i separacije tvari uslijed mehaničkog djelovanja u grubodisperznim sustavima.

Ponašanje partikularnih sustava i njihovo djelovanje je blisko povezano i značajno ovisi o karakteristikama takvog disperznog sustava. Isto tako, karakteristike grubodisperznog sustava su od iznimnog značaja za mehaničke makroprocesne, Vidjet će se, raspodjela veličina čestica ima značajnu ulogu u uspješnosti mehaničkih makroprocesna koji se objašnjavaju u nastavku.

MEHANIČKI MAKROPROCESI

Karakterizacija grubodisperznih sustava podrazumijeva:

1. Karakterizaciju sadržane kontinuirane faze odnosno definiranje relevantnih svojstava promatranog fluida (gustoće, viskoznosti odnosno reološkog ponašanja),
2. Karakterizaciju disperznog sustava (sustava u cijelosti) odnosno definiranje pripadajućeg stanja izmiješanosti,
3. Karakterizaciju disperzne faze odnosno definiranje pripadajućeg stanja disperznosti (granulometrijskog stanja).

Stanje izmiješanosti u grubodisperznim sustavima definira se njegovim sastavom. Sastav grubodisperznih sustava iskazuje se volumnim udjelom disperzne faze ili poroznošću ovisno o tome koja je sastavnica disperznog sustava prisutna u većem omjeru. Za sustave s relativno slobodnom disperznom fazom koristimo se volumnim udjelom:

$$\varphi_d = \frac{V_d}{V_k + V_d} \quad (12.1.)$$

gdje su V_d i V_k volumeni disperzne i kontinuirane faze.

Za sustave u kojima je ograničeno kretanje čestica poradi povećanja volumnog udjela disperzne faze služimo se poroznošću:

$$\varepsilon = \frac{V_k}{V_k + V_d} \quad (12.2.)$$

Karakterizacija disperzne faze podrazumijeva definiranje pripadajućeg stanja disperznosti (granulometrijskog stanja) odnosno detekciju primarnih svojstava sadržanih čestica. Primarna svojstva disperzne faze su:

- veličina čestice (*particle size*),
- oblik čestice (*particle shape*) kao morfološko svojstvo
- raspodjela veličina čestica RVČ (*particle size distribution* – PSD).

MEHANIČKI MAKROPROCESI

U slučaju prisutnosti sferične čestice (oblika sfere odnosno kugle) njezina pripadajuća veličina jest dostatno iskazana samo jednim parametrom odnosno jednom geometrijskom karakteristikom, njezinim promjerom. No, za kvantitativno iskazivanje veličine jedinke/čestice drugih oblika (koji odstupaju od oblika kugle odnosno sfere) potrebno je više parametara. U iskazivanju veličine takvih čestica koriste se različiti deskriptori. Oni mogu biti direktno povezani s vizualnim odnosno mikroskopskim mjerenjem (Martinov i Feretov promjer kao statistički promjeri) ili se temelje na konceptu ekvivalentne sfere.

Konceptom ekvivalentnih sfera se veličina čestice nepravilnog oblika iskazuje ekvivalentnim promjerom odnosno promjerom one sfere (kugle) koja ima isto svojstvo ili isto ponašanje kao promatrana čestica nepravilnog oblika. Tablicom 12.2 dat je pregled ekvivalentnih promjera.

Tablica 12.2. Pregled ekvivalentnih promjera

EKVIVALENTNI PROMJER	EKVIVALENTNO SVOJSTVO
Volumni promjer, x_V	Volumen kugle
Površinski promjer, x_S	Površina/oplošje kugle
Stokesov promjer, x_{St}	Brzina nesmetanog sedimentiranja
Promjer projicirane površine, x_A	Projicirana površina čestice
Promjer prosijavanja (<i>sieve diameter</i>)	Duljina otvora očice sita
Ekvivalentni laserski promjer raspršenja	Intenzitet raspršenog zračenja

Volumni ekvivalentni promjer x_V odgovara promjeru one kugle (sfere) koja ima isti volumen kao i promatrana čestica nepravilnog oblika:

$$V = \frac{x_V^3 \pi}{6} \quad (12.3.)$$

Ekvivalentni površinski promjer x_S jest promjer one kugle (sfere) koja ima istu površinu (oplošje) kao i promatrana čestica nepravilnog oblika:

$$S = x_S^2 \pi \quad (12.4.)$$

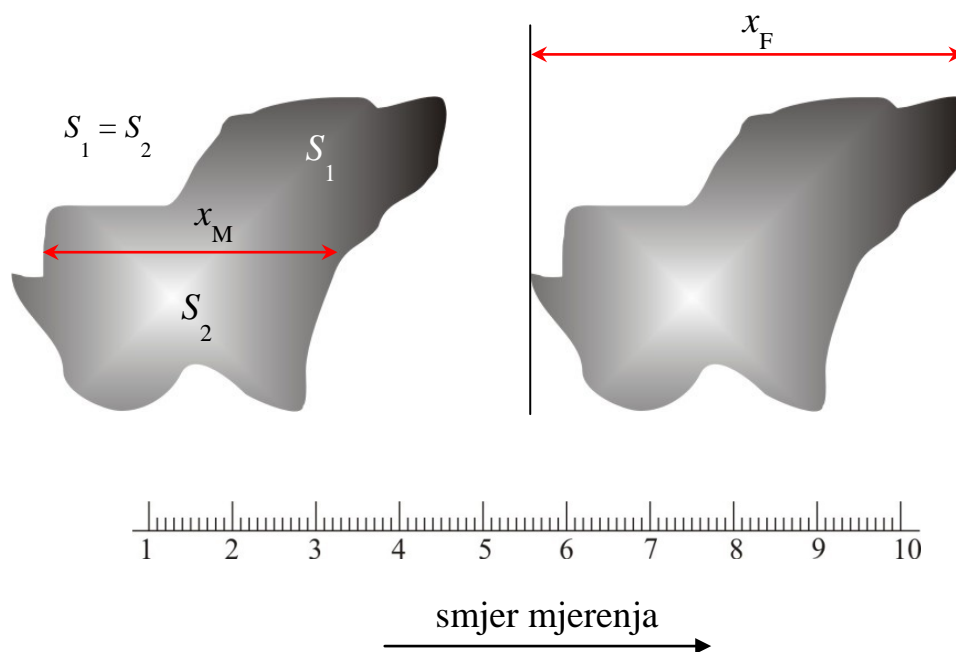
Stokesov promjer x_{St} podrazumijeva promjer one kugle koja ima istu brzinu nesmetanog sedimentiranja kao i promatrana čestica nepravilnog oblika:

$$v_s = \frac{g(\rho_s - \rho)x_{st}^2}{18\eta} \quad (12.5.)$$

Promjer projicirane površine jest promjer one kugle koja ima istu projiciranu površinu kao i promatrana čestica nepravilnog oblika:

$$A = \frac{x_A^2 \pi}{4} \quad (12.6.)$$

Ukoliko se pri određivanju veličina čestica koristimo mjernom tehnikom mikroskopiranja te naknadnom analizom mikroskopske slike, kvantitativno iskazivanje pripadajućih veličina se uobičajeno ostvaruje primjenom statističkih promjera. Iskazivanje veličine čestice promjerom podrazumijeva mjerenje odnosno određivanje linerane dimezije (geometrijske karakteristike) promatranog sustava paralelne s utvrđenim smjerom mjerenja (slika 12.1). Martinov promjer x_M tako odgovara duljini linije paralelne sa smjerom mjerenja koja raspolovljuje sliku čestice. Feretov promjer x_F je udaljenost paralelnih tangenti, okomitih na smjer mjerenja, povučениh na suprotnim stranama promatrane čestice.



Slika 12.1. Utvrđivanje statističkih promjera

Pri kvantitativnom iskazivanju oblika čestica koristimo se faktorom oblika. Koristi se Wadellov faktor sferičnosti:

$$\psi_{wa} = \left(\frac{x_V}{x_S} \right)^2 \quad (12.7.)$$

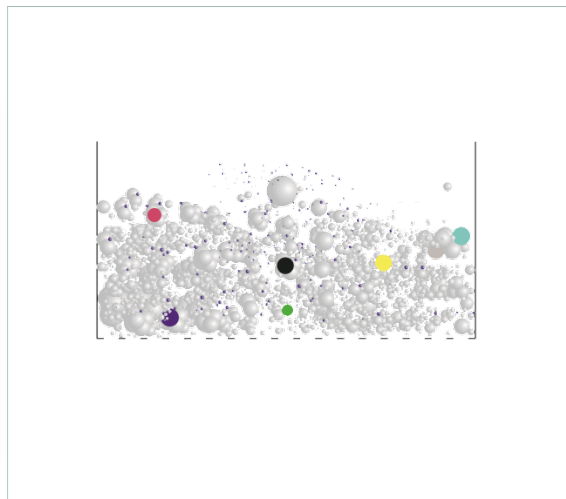
Ekvivalentni promjeri sadržani jedn. 12.7 dani su izrazima 12.3 i 12.4.

Također, koristi se za slučaj laminarnog opstrujavanja i dinamički faktor oblika:

$$K_{\psi} = \left(\frac{x_v}{x_{st}} \right)^2 \quad (12.8.)$$

Vidjet će se u nastavku da se upravo ovaj način iskazivanja oblika tijela koristi i mjerodavan je u procjeni brzine nesmetanog taloženja čestica nepravilnih oblika pri partikulativnoj sedimentaciji.

Jedinke odnosno čvrste čestice u grubodisperznom sustavu se međusobno razlikuju po više promatranih svojstva: obliku, veličini, intenzitetu obojenja, sadržaju pojedinih komponenata itd. (slika 12.2). Važno je naznačiti da ne postoje dvije jedinke odnosno čestice istih veličina. One se razlikuju u veličini pa makar i u onoj zadnjoj decimali. I upravo u tom kontekstu govorimo o raspodjeli veličina čestica. Odrediti raspodjelu veličina čestica (RVČ) znači detektirati udjel svake pojedine veličine, definirane određenom oznakom (mjerom) finoće u ukupnoj populaciji odnosno odrediti udio (maseni, volumni ili brojčani) čestica određene veličine u promatranom kolektivu.



Slika 12.2. Grafički prikaz grubodisperznog sustava; pojašnjenje koncepta raspodjele veličina čestica

Kada govorimo o raspodjeli veličina čestica valja istaknuti značaj slijeda:

1. Mjerenje raspodjele,
2. Prikazivanje odnosno iskazivanje raspodjele,
3. Aproximiranje dobivenih rezultata mjerenja primjenom analitičkih funkcija raspodjele.

Dakle, valja prvo detektirati raspodjelu pogodnim mjernim principom odnosno metodom, zatim se takva raspodjela prikazuje odnosno iskazuje funkcijom raspodjele ili karakterističnim promjerima

MEHANIČKI MAKROPROCESI

populacije jedinki te se ista može naknadno po potrebi aproksimirati dvoparametarskom analitičkom funkcijom raspodjele.

Postoje različite metode mjerenja odnosno različiti mjerni principi kojima se služimo u određivanju raspodjela veličina čestica. Odabir mjerne tehnike značajno ovisi o karakteristikama grubodisperznog sustava (stanje disperznosti odnosno veličina sadržanih čestica, indeks refrakcije, topivost tvari itd.). U ovom nastavnom materijalu prezentirat će se pojednostavljena podjela metoda mjerenja raspodjela veličina čestica sukladno satnici i ECTS vrednovanju kolegija Procesi prijenosa i separacija. Tablicom 12.3 dat je pregled metoda mjerenja raspodjela veličina čestica.

Tablica 12.3. Pregled metoda mjerenja raspodjela veličina čestica

METODA	Mjerna tehnika	Mjerno područje (μm)	Oznaka finoće
Prosijavanje	Žičana sita Mikrosita	37-4000 <40	Otvor očice sita
Pretraživanje slike	Optički mikroskop Elektronski mikroskop	1-500 0,01-100	Duljina Statistički promjer
Sedimentacijske metode	Andreasenova pipeta Sedimentacijska vaga Sedigraf Centrifuge	2-60 0,05-5	Stokesov promjer
Pretraživanje u struji fluida	Osjetljivo električno polje (Coulter princip) Raspršenje svjetla Laserska difrakcija	1-100 0,3-10 0,5-3500	Volumni promjer Projicirani promjer Ekv. laserski promjer

Važno je ukazati na različitost metoda i rezultata mjerenja. Svaka mjerna metoda ima svoje mjerno područje te isto tako i rezultira raspodjelama iskazanih različitim udjelima čvrstih čestica određenih veličina (maseni, volumni, brojačani). Mjerenje veličine čestice odnosno raspodjele veličina čestica različitim metodama odnosno različitim sadržanim principima dovodi do različitih rezultata mjerenja za isti kolektiv jedinki. Razlog je to različitosti sadržanih mjera finoća (tablica 12.3). Pod pojmom mjera finoće podrazumijevamo svojstvo sustava primjenom

kojeg kvantitativno iskazujemo veličinu čestica, karakteristično za primijenjenu mjernu tehniku. Karakteristična veličina čestica za određenu primjenu odabire se tako da je lako mjerljiva i da najbolje odgovara odnosno povezuje se sa svojstvom od značaja.

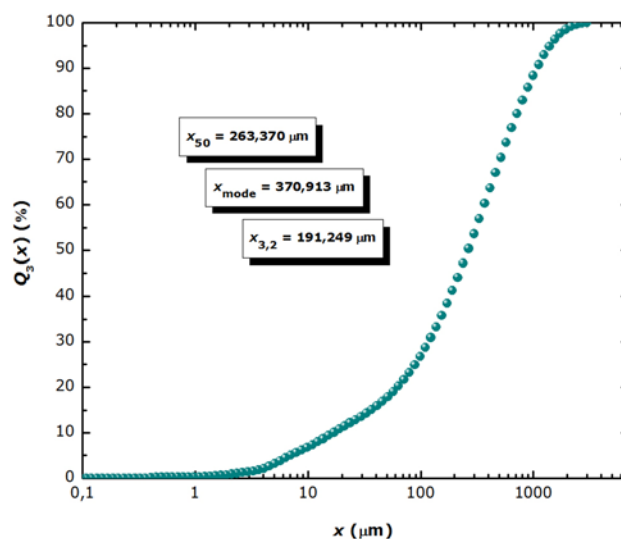
Pri kvantitativnom prikazivanju odnosno iskazivanju raspodjela veličina čestica koristimo se funkcijama raspodjele te karakterističnim promjerima populacije jedinki. Postoje:

- Kumulativna funkcija raspodjele,
- Diferencijalna funkcija raspodjele,
- Funkcija gustoće raspodjele.

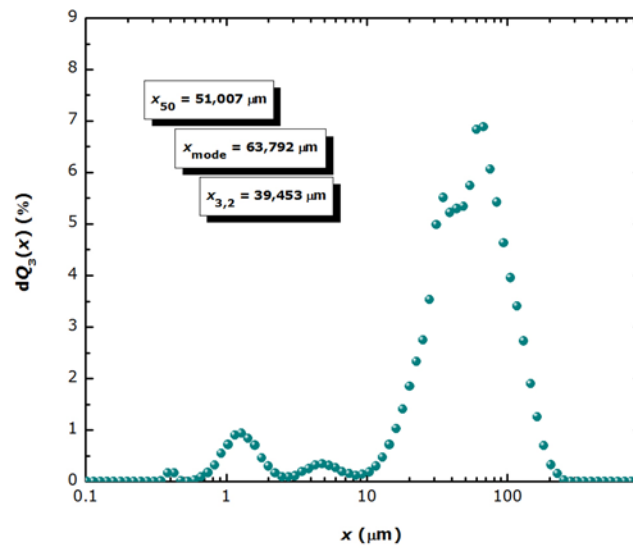
Kumulativna funkcija raspodjele $Q_r(x)$ ukazuje na kumulativan odnosno ukupan udjel čestica manjih od određene veličine x . Diferencijalna funkcija raspodjele $dQ_r(x)$ ukazuje na udjel čestica u promatranom veličinskom razredu (intervalu) odnosno udjel čestica veličine koja odgovara srednjoj veličini promatranog veličinskog razreda. Indeks r ukazuje na tip raspodjele i u bliskoj je vezi s momentima raspodjele (0,1,2,3). Za $r = 0$ raspodjela jest brojčana i iskazana je brojčanim udjelima čestica u promatranom veličinskom razredu. Tako za $r = 1$ govorimo o duljini te za $r = 2$ o površini. Za $r = 3$ raspodjela jest masena ili volumna i iskazana je masenim ili volumnim udjelom. Funkcija gustoće raspodjele $q_r(x)$ definira se omjerom diferencijalne funkcije raspodjele te širine (raspona) veličinskog intervala:

$$q_r(x) = \frac{dQ_r(x)}{dx} \quad (12.9.)$$

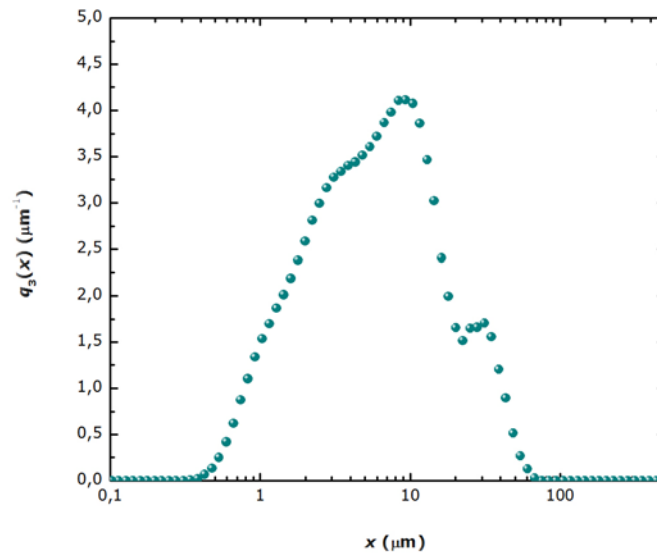
Slikama 12.3-12.5 prikazane su tipične funkcije raspodjele.



Slika 12.3. Grafički prikaz grubodisperznog sustava tipičnog oblika kumulativne funkcije raspodjele



Slika 12.4. Grafički prikaz grubodisperznog sustava tipičnog oblika diferencijalne funkcije raspodjele



Slika 12.5. Grafički prikaz grubodisperznog sustava tipičnog oblika funkcije gustoće raspodjele

Dodatno, važno je napomenuti da različiti tipovi raspodjela rezultiraju različitim iskazom pripadajućih funkcija raspodjele. Primerice, brojčane raspodjele su uvijek pomaknute u područje manjih veličina čestica u odnosu na masene ili volumne raspodjele za isti uzorak. Naime, karakteristika brojčanih raspodjela veličina jest iznimna zastupljenost jedinki u veličinskim razredima malih veličina te neznatna zastupljenost jedinki u području većih veličina.

Ukupna populacija jedinki odnosno doprinos svih veličina (svih veličinskih razreda) u ukupnoj raspodjeli može se kvantitativno iskazati samo jednom karakterističnom veličinom:

- Medijan raspodjele (*median*),
- Modus raspodjele (*mode*),
- Srednji promjer ukupne populacije čestica (*mean*).

Medijan raspodjele x_{50} jest veličina koja dijeli populaciju na dva jednaka dijela odnosno 50 % čestica je manje od te veličine i posljedično je 50 % veće. Modus raspodjele x_{mode} odgovara najučestalijoj veličini u promatranom kolektivu odnosno populaciji. Često se modus raspodjele i naziva dominantnom vrijednosti. Još jedna mjera centralne tendencije podataka raspodjele se koristi, a to je srednji promjer čestica. Ovdje je važno istaknuti da je to karakteristika cjelokupne populacije jedinki u koju su ugrađeni doprinosi svih veličinskih razreda za razliku od ekvivalentnih promjera koje su karakteristike isključivo jedne jedinice u populaciji. Ovisno o načinu iskazivanja odnosno računanja razlikujemo:

1. Aritmetički srednji promjer,
2. Sauterov srednji promjer,
3. De Brouckere srednji promjer,
4. i mnogi drugi ovisno o korištenim momentima raspodjele.

Aritmetički promjer $x_{1,0}$ računa se primjenom izraza:

$$x_{1,0} = \sum_{i=1}^n x dQ_r(x) / n \quad (12.10.)$$

pri čemu je n broj razmatranih veličinskih razreda (intervala).

Sauterov srednji promjer $x_{3,2}$ dat je izrazom:

$$x_{3,2} = \sum_{i=1}^n x^3 dQ_r(x) / x^2 dQ_r(x) \quad (12.11.)$$

De Brouckere srednji promjer $x_{4,3}$ dat je izrazom:

$$x_{4,3} = \sum_{i=1}^n x^4 dQ_r(x) / x^3 dQ_r(x) \quad (12.12.)$$

Od velikog značaja i primjene jest širina raspodjele. Širina određene raspodjele se određuje omjerom:

$$(x_{90} - x_{10})/x_{50} \quad (12.13.)$$

ili odnosom:

$$x_{90}/x_{10} \quad (12.14.)$$

Upravo širina raspodjele ukazuje na monodisperznost odnosno polidisperznost uzorka. Prema NIST* agenciji monodisperzan sustav jest ona populacija čestica za koju se 90 % njih nalazi u rasponu $\pm 5\%$ od medijana raspodjele (x_{50}). Isto mjerodavno tijelo nalaže da je polidisperzan sustav ona populacija gdje se najmanje 10 % čestica razlikuje barem 5 % od medijana raspodjele.

Aproksimiranje dobivenih rezultata mjerenja ostvaruje se primjenom analitičkih funkcija raspodjele:

1. Normalna funkcija raspodjele (Gaussova),
2. Logaritam normalna (LN) funkcija raspodjele,
3. Rosin Rammler Sperling Bennetova (RRSB) funkcija raspodjele,
4. Gaudin-Schumann funkcija raspodjele.

Pogodnost aproksimiranja raspodjela očituje se u činjenici da se jedan opsežan set numeričkih podataka ovime može uspješno zamijeniti (aproksimirati) analitičkom funkcijom koja je određena samo dvama parametrima, prametrom položaja te parametrom raspršenosti koji ukazuje na samu širinu raspodjele. Logaritam normalna (LN) dvo-parametarska funkcija raspodjele definirana je izrazom:

$$q_r(x) = \frac{1}{\sigma_{lg} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\log x - \log x_{50}}{\sigma_{lg}} \right)^2 \right] \quad (12.15.)$$

gdje je σ_{lg} standardna devijacija odnosno parametar raspršenosti, a x_{50} medijan raspodjele odgovara parametru položaja. Rosin Rammler Sperling Bennetova (RRSB) dvo-parametarska funkcija raspodjele opisuje se:

$$Q_r(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x}{x_{63}} \right)^n \right] \quad (12.16.)$$

gdje su n parametar raspršenosti i x_{63} parametar položaja odnosno ona veličina čestice u populaciji od koje je njih 63 % manje. Primjenjivost pojedinih analitičkih funkcija u aproksimiranju dobivenih raspodjela odnosno aproksimiranju numeričkog seta podataka danas se testira primjenom standardiziranih preložaka (mreža) te programskih paketa (*Process Tools*).

* NIST u značenju akronima: National Institute of Standards and Technology.

MEHANIČKI MAKROPROCESI

Upravo temeljem detektirane raspodjele veličina čestica moguće je procijeniti vanjsku specifičnu površinu kolektiva jedinki iskazanu po jedinici mase tvari:

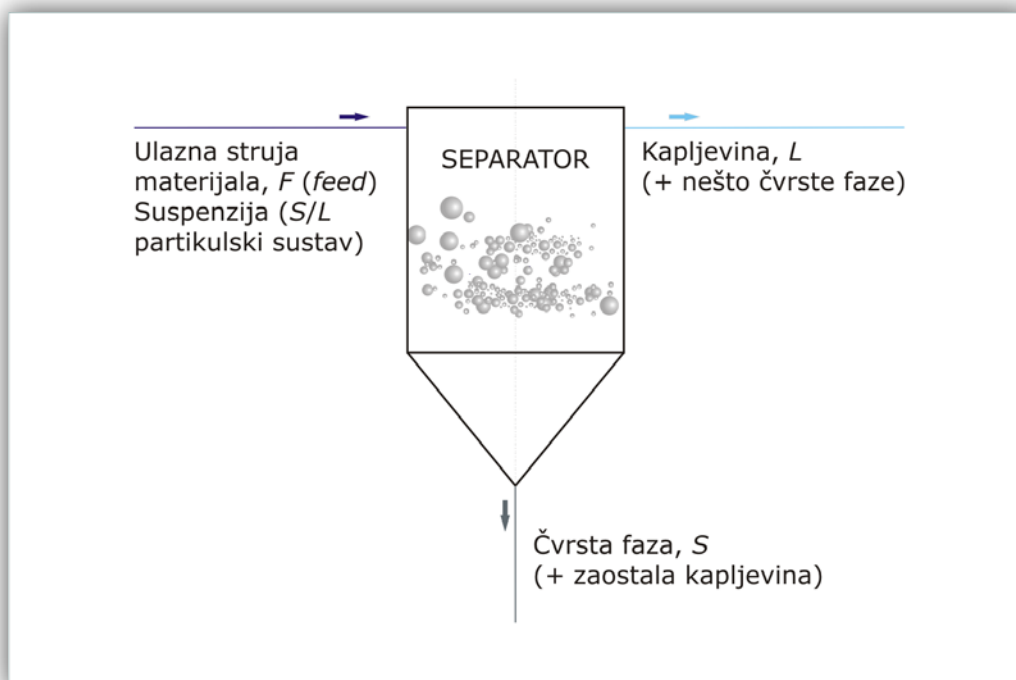
$$S_m = \frac{6}{\rho_d \psi_{wa}} \sum_{i=1}^n \frac{(dQ_r(x))_i}{x_{sr,i}} \quad (12.17.)$$

13. PROCESI SEPARACIJE U SUSTAVIMA ČVRSTO-KAPLJEVITO

Tablicom 12.1 dat je pregled partikulskih sustava. U ovom nastavnom materijalu sagladat će se u nastavku procesi odvajanja u suspenzijama kojima se separiraju čvrste čestice od kapljevine. Procesi separacije u sustavima čvrsto-kapljevito (S/L partikulskim sustavima) provode se s ciljem odvajanja sadržanih faza iz suspenzije kada nam je potrebna:

- Čvrsta faza,
- Kapljevina,
- Obje faze,
- Niti jedna (u slučajevima sprječavanja onečišćenja vode).

Koju od gore navedenih situacija ćemo imati ovisi o tome koja faza nam je od većeg značaja. Na slici 13.1 shematski je prikazan separator.

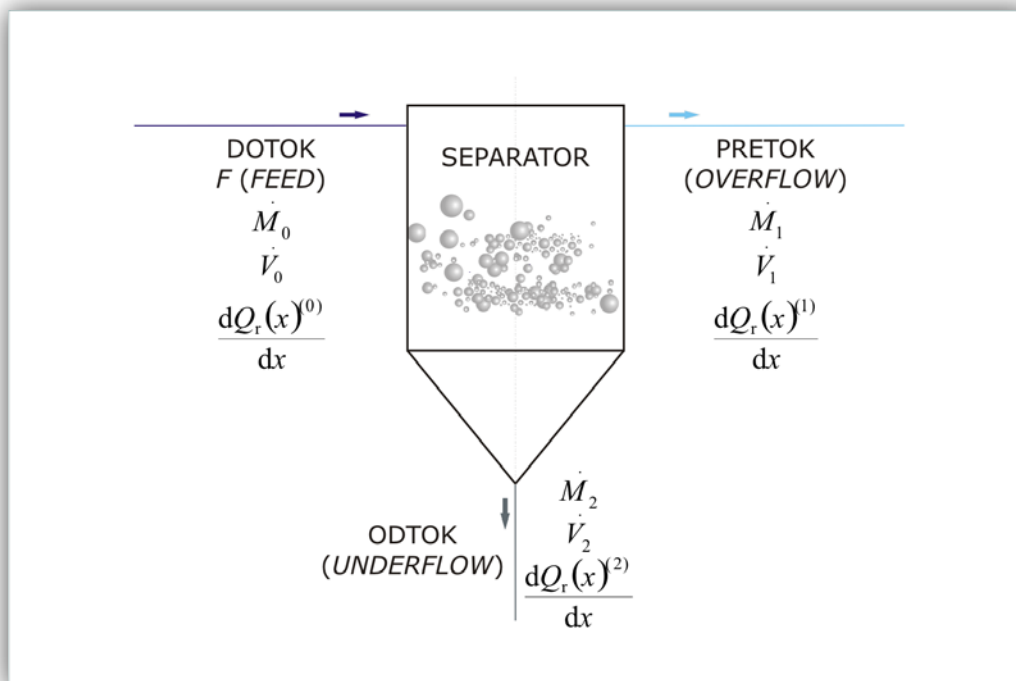


Slika 13.1. Shematski prikaz separatora

Idealno odvajanje S/L partikulskog sustava podrazumijeva da je u jednoj izlaznoj struji materijala prisutna isključivo kapljevita faza, a u drugoj samo čvrsta faza tj. Suhe čvrste čestice. No, niti jedan separacijski uređaj (separator) ne može postići idealno odvajanje. Stoga, u pojedinim izlaznim strujama materijala prisutne su obje faze (struja čvrstih jedinica + zaostala kapljevina te struja kapljevina + nešto čvrste faze). Neidealnost separacijskog procesa odnosno separatora iskazuje se:

1. Djelotvornošću odvajanja – masenim udjelom čvrste faze koja je separiran,
2. Udjelom zaostale kapljevine u čvrstom dijelu.

Važno je naglasiti da u ulaznom procesnom toku odnosno dotoku nije prisutna jedna veličina čestica već egzistira raspodjela veličina čestica u dotoku (slika 13.2). Posljedično u izlaznim procesnim tokovima (pretok i odtok) prisutna je bitno drugačija raspodjela no u dotoku.



Slika 13.2. Shematski prikaz separatora s pripadajućim raspodjelama veličina čestica

Za separator prikazan na slici 13.2 moguće je postaviti bilančne jednačbe. Tako bilanca tvari za separator glasi:

$$\dot{M}_0 = \dot{M}_1 + \dot{M}_2 \quad (13.1.)$$

gdje je:

\dot{M}_0 - maseni protok svih čvrstih čestica (neovisno o njihovoj veličini)/svih veličina u dotoku,

\dot{M}_1 - maseni protok svih čvrstih čestica (neovisno o njihovoj veličini)/svih veličina u pretoku,

\dot{M}_2 - maseni protok svih čvrstih čestica (neovisno o njihovoj veličini)/svih veličina u odtoku.

Tajodaer, postavlja se bilanca tvari za svaku veličinsku frakciju odnosno za određenu veličinu x :

$$(\dot{M}_0)_x = (\dot{M}_1)_x + (\dot{M}_2)_x \quad (13.2.)$$

gdje je:

$(\dot{M}_0)_x$ - maseni protok čvrstih čestica veličine x u dotoku,

$(\dot{M}_1)_x$ - maseni protok čvrstih čestica veličine x u pretoku,

$(\dot{M}_2)_x$ - maseni protok čvrstih čestica veličine x u odtoku.

Tako postavljena bilanca tvari (izraz 13.2) vrijedi ukoliko ne postoji u separatoru usporedni proces promjene veličine čestica (proces okrupnjavanja, usitnjavanja). Uzevši u obzir da se

pripadajuća raspodjela veličina čestica (RVČ) u pojedinim procesnim strujama iskazuje udjelom čestica određene veličine x u promatranom kolektivu odnosno da je $dQ_r(x)$ udio čestica u promatranom veličinskom razredu (intervalu) slijedi:

$$\dot{M}_0 \frac{dQ_3(x)^{(0)}}{dx} = \dot{M}_1 \frac{dQ_3(x)^{(1)}}{dx} + \dot{M}_2 \frac{dQ_3(x)^{(2)}}{dx} \quad (13.3.)$$

Ukupna djelotvornost separatora E_T definira se kao omjer masa separiranih čvrstih čestica u odtoku i mase čestica u dotoku odnosno ulaznom procesnom toku:

$$E_T = \frac{\dot{M}_2}{\dot{M}_0} \quad (13.4.)$$

ili primjenom osnovne bilančne jednadžbe:

$$E_T = 1 - \frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_0} \quad (13.5.)$$

Izrazom 13.4 s parametrom E_T ocjenjuje se djelotvornost separatora na razini svih čvrstih čestica u sustavu, neovisno o njihovoj veličini. No, vrijednost ukupne djelotvornosti separatora svojstvena je pojedinom grubodisperznom sustavu budući da znatno ovisi o veličini prisutnih čestica odnosno raspodjeli veličina čestica u ulaznoj struji materijala (dotočnoj suspenziji). Čestice različitih veličina bit će separirane različitom učinkovitošću odvajanja. Stoga, ovako definirana djelotvornost separatora (izraz 13.4) uistinu je nepogodna za generalnu ocjenu djelotvornosti separacijske jedinice. Upravo zato, uvodi se i razmatra koncept frakcijske djelotvornosti kojom će se djelotvornost odvajanja definirati i vezati uz čvrste čestice točno određene veličine odnosno točno određenog veličinskog razreda (intervala). Upravo zato što se djelotvornost vezuje uz određenu veličinsku frakciju govorimo o parametru frakcijske djelotvornosti.

U dotočnoj procesnoj struji nije prisutna samo jedna veličina već postoji određena raspodjela veličina čestica. Neke jedinice bit će separirane i završit će u odtoku (veće), a one manje neće te završavaju u pretoku. Posljedično, u izlaznim procesnim strujama egzistira značajno drugačija raspodjela veličina čestica od one u dotoku. Nadalje, jedinice bliskih veličina odnosno iz istog veličinskog razreda (intervala) završavaju u različitim izlaznim strujama. Intrigantno je kao jedna jedinica veličinskog razreda x završi u odtoku, a druga jedinice istog tog veličinskog razreda x završi u pretoku odnosno ne bude separirana. Razlog tomu leži u činjenici da i čestice istog veličinskog razreda se međudobno razlikuju prema nekim svojstvima. Čestice istog veličinskog razreda mogu se znatno razlikovati po površinskim svojstvima te obliku što uvelike može utjecati na drugačiji put čvrstih čestica u separatoru. Kada se tome priododa činjenica da u separatoru postoji prostorna neujednačenost uvjeta tada je posve logično da čestice vrlo bliskih veličina

završavaju u različitim izlatnim procesnim tokovima. Radi svega navedenog uvodi se koncept frakcijske djelotvornosti.

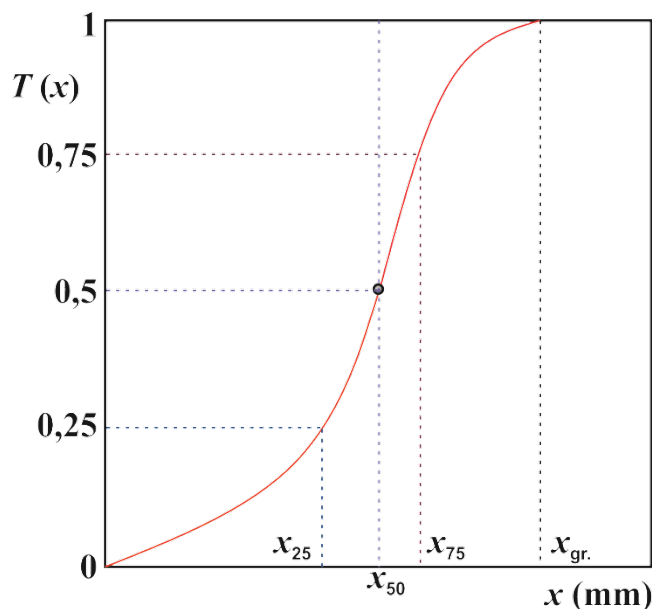
Frakcijska djelotvornost $T(x)$ je djelotvornost odvajanja pojedine veličine x odnosno to je vjerojatnost kojom će čestica točno određene veličine x u ulaznoj struji materijala biti separirana (završiti u odtoku). Za slučaj dovoljno velikog broja jedinki jednake veličine x u ulaznoj struji materijala $T(x)$ odgovara vjerojatnoj vrijednosti brojčanog udjela separiranih čestica (onih u odtoku). Frakcijska djelotvornost izračunava se iz ukupne djelotvornosti separatora i raspodjela veličina čestica u pojedinim procesnim tokovima (dotoku, pretoku, odtoku):

$$T(x) = E_T \frac{dQ_3(x)^{(2)}}{dQ_3(x)^{(0)}} \quad (13.6.)$$

ili:

$$T(x) = 1 - (1 - E_T) \frac{dQ_3(x)^{(1)}}{dQ_3(x)^{(0)}} \quad (13.7.)$$

Krivulja frakcijske djelotvornosti (*grade efficiency curve*) jest funkcija vjerojatnosti (probability function) odvajanja pojedine veličine x iz ulazne struje materijala (suspenzije). Tipična krivulja je S oblika (slika 13.3).



Slika 13.3. Grafički prikaz tipične krivulje frakcijske djelotvornosti

Razlikujemo sljedeće karakteristične veličine u konceptu frakcijske djelotvornosti:

- Značajka razdvajanja,
- Granica razdvajanja,
- Oštrina razdvajanja.

Značajka razdvajanja x_{50} (*cut size*) jest veličina koja odgovara 50 %-tnoj vjerojatnosti odnosno vrijednosti frakcijske djelotvornosti 50 % (slika 13.3). Često se naziva jednakovjerojatna veličina (*equiprobable size*). Ovaj parametar koristi se u odabiru pogodnog separatora. Granica razdvajanja $x_{gr.}$ (*limit of separation*) odgovara onoj veličini x za koju je frakcijska djelotvornost 100 % (slika 13.3). To bi značilo da sve čestice veće od granice razdvajanja će biti sa 100 %-tnom vjerojatnosti separirane. Oštrina razdvajanja (*sharpness of cut*) definira se omjerom karakterističnih veličina koje se iščitavaju za frakcijske djelotvornosti redom 25, 75, te 10 i 90 %:

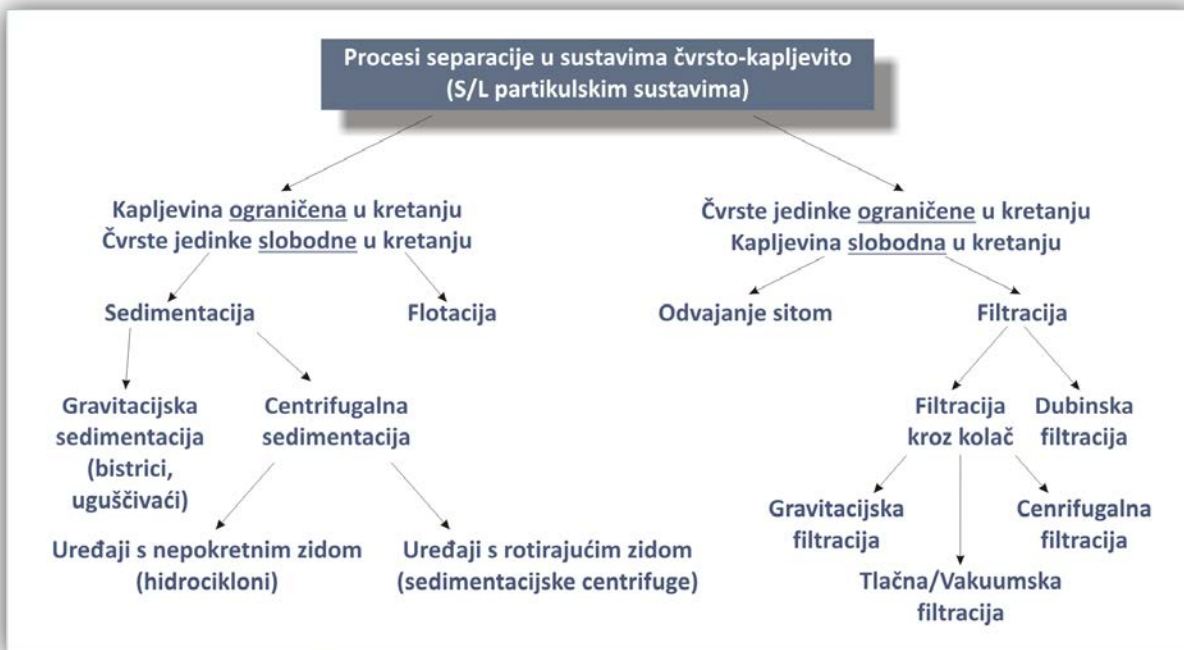
$$\kappa_{25/75} = \frac{x_{25}}{x_{75}} \quad (13.8)$$

Ili:

$$\kappa_{10/90} = \frac{x_{10}}{x_{90}} \quad (13.9)$$

MEHANIČKI MAKROPROCESI

Procesi separacije u sustavima čvrsto-kapljevito dijele se u dvije glavne kategorije ovisno o tome koja faza disperznog sustava jest ograničena, a koja slobodna u kretanju. Slikom 13.4 dana je podjela mehaničkih procesa odvajanja u S/L partikulskim sustavima. U ovom nastavnom materijalu prezentira se i sagledavaju procesi sedimentacije te filtracije u skladu s izvedbenim programom kolegija. Dodatno, ovim nastavnim tekstom ne prezentiraju se izvedbe uređaja za provedbu procesa sedimentacije i filtracije te njihov princip rada također s agendom nastave ovog kolegija.



Slika 13.4. Grafički prikaz podjele procesa separacije u sustavima čvrsto-kapljevito

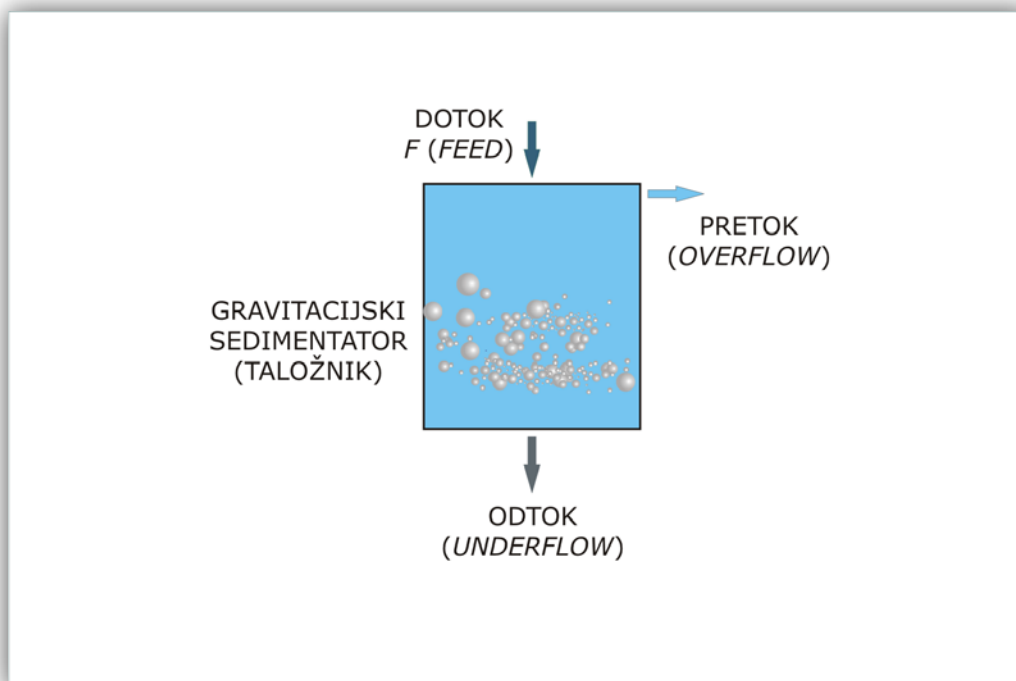
Sedimentacija je relativno jeftin proces pogodan za kontinuirani rad. S druge strane, filtracija je znatno skuplja po jediničnom volumenu suspenzije od sedimentacije i s druge strane manje je pogodna za kontinuirano provođenje zbog potrebe neprestanog uklanjanja sloja istaložene čvrste tvari. Iz navedenog slijedi da uvijek moramo prvo razmotriti sedimentaciju kao potencijalan separacijski proces. Također, važno je znati da, i kada sedimentacijom ne postizemo željenu separaciju, možemo je koristiti kao početni korak koji prethodi filtraciji kako bismo dobili što čišći proizvod.

U nastavku, bit će pojašnjeni procesi sedimentacije i filtracije te isti matematički opisani. Koristimo se tim matematičkim zapisima (opisima) u predviđanju tijeka procesa u praksi, te radi procjene potrebne površine separatora koja će rezultirati uspješnim odvajanjem i radi procjene potrebne razlike tlaka i vremena provedbe filtracije.

13.1. Sedimentacija

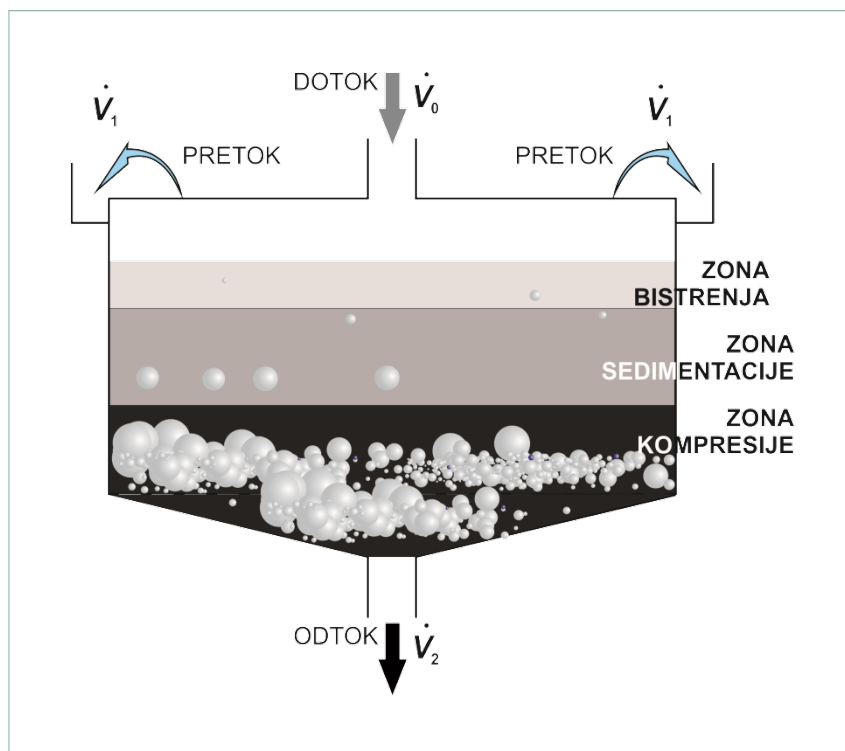
Sedimentacija je proces odvajanja čvrste i kapljevite faze na osnovu sadržane razlike u gustoćama pojedinih faza. Stoga, i razliku u gustoći čvrste i kapljevite faze nazivamo pokretačkom silom procesa sedimentacije. Ovisno o tome koje polje sile se primjenjuje u ostvarivanju ovakve pokretačke sile razlikujemo gravitacijsku sedimentaciju (taloženje) i centrifugalnu sedimentaciju. Karakteristika svake sedimentacije jest da je kapljevina ograničena, a čvrste jedinice slobodne u kretanju.

Gravitacijskom sedimentacijom (taloženjem) se čvrsta faza odvaja od kapljevite poradi djelovanja polja sile teže (pokretačka sila je gravitacija) s ciljem da se osigura visoki efekt zgušnjavanja u odtoku (ugušćivanje) i visoki stupanj izbistrenja u pretoku (bistrenje). Shodno tome, odgovarajuće procesne jedinice (šaržne ili kontinuirane) nazivaju se gravitacijskim sedimentatorima (taložnicima) te ugušćivačima (dizajnirani u svrhu dobivanja mulja – taloga) i bisticima (posebno dizajnirani za dobivanje pretoka sa što manjim udjelom čvrstog. Slikom 13.5 prikazan je gravitacijski sedimentator (taložnik) s pripadajućim procesnim tokovima.

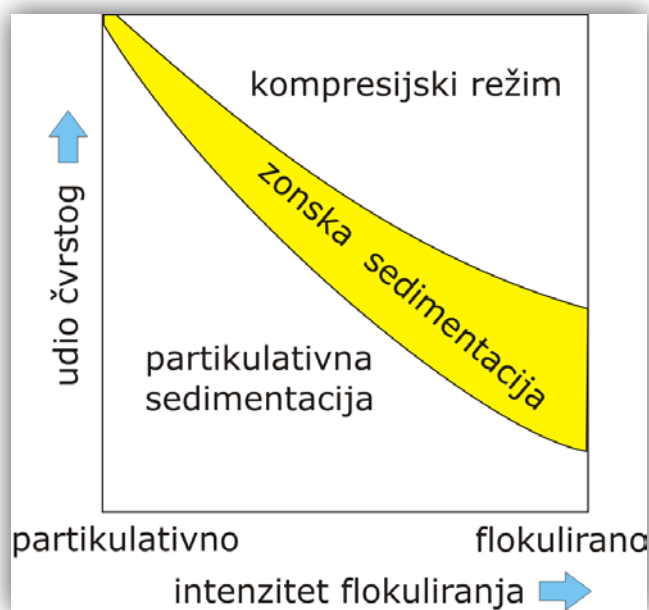


Slika 13.5. Prikaz gravitacijskog sedimentatora

Dotočna se suspenzija uvodi centralno u kružni sedimentator. Nakon nekog vremena formiraju se tri karakteristične zone: bistra, sedimentacijska te kompresijska zona (slika 13.6). U svakoj od njih prevladava određeni režim sedimentiranja (slika 13.7).



Slika 13.6. Shematski prikaz karakterističnih zona u kružnom sedimentatoru



Slika 13.7. Dijagram režima sedimentiranja

U zoni bistrenja, koja se stvara između samog dotoka i razine preljeva, koncentracija čestica je vrlo niska, a prisutna je partikulativna sedimentacija. Na vrhu sedimentacijske zone koncentracija se naglo mijenja i bliska je koncentraciji u dotoku. Čestice u ovoj zoni sedimentiraju ovisno o lokalnoj koncentraciji suspenzije. Uz dodatak flokulirajućih sredstava ovaj

se režim sedimentiranja ostvaruje i kod nižih koncentracija (Slika 13.7). U zoni kompresije, koja se uz flokulante javlja bliže dnu separatora, valja nadvladati međudjelovanje čestica ugušćene suspenzije da bi uopće moglo doći do daljnjeg ugušćivanja. U svrhu poboljšanja sedimentacije u ovoj zoni postavljaju se grablje kojima će se nadvladati izrazito međudjelovanje čestica.

Partikulativna sedimentacija

Režim partikulativne sedimentacije je karakteristika suspenzija kod kojih nema granične plohe između gornje bistre i sedimentacijske zone. Brzina takve sedimentacije određena je primarnim svojstvima grubodisperznog sustava: veličinom, gustoćama faza te oblikom čvrstih čestica (sferične čestice daleko brže talože). Matematički opis ovog fenomena počiva na zakonitosti optjecanja u laminarnom hidrodinamičkom režimu odnosno na Stokesovoj zakonitosti (izraz 9.28 već prezentiran u poglavlju optjecanja). Dakle, brzina nesmetanog taloženja sferičnih čestica u laminarnim hidrodinamičkim uvjetima pod djelovanjem sile teže opisuje se:

$$v = \frac{d_{\varepsilon}^2 \cdot (\rho_{\varepsilon} - \rho_f) \cdot g}{18 \cdot \eta}$$

Budući da u praksi gotovo uvijek imamo smetano taloženje čestica (poradi velikog broja čestica i malenog međurazmaka) nepravilnog oblika uvode se korekcije preklapanja brzinskih profila te oblika tijela. Time, dobiva se brzina smetanog sedimentiranja uslijed polja sile gravitacije:

$$v_{ss} = \frac{x_{gr}^2 (\rho_d - \rho) g}{18\eta} K_{\psi} K_{\varphi} \quad (13.10.)$$

gdje su:

- K_{ψ} dinamički faktor oblika već definiran izrazom 12.8,
- $K_{\varphi} = \varepsilon^2 f(\varepsilon)$ faktor smetanog sedimentiranja u kojem je često primjenjuje Richardson i Zakijeva korelacija $f(\varepsilon) = \varepsilon^{2.65}$

Iz tako dobivene brzine smetanog sedimentiranja i volumnog protoka pretoka procjenjuje se potrebna površina sedimentatora:

$$A_s = \frac{\dot{V}_1}{v_{ss}} \quad (13.11.)$$

No, realni uvjeti u sedimentatoru razlikuju se od idealnih pa je tako dobivenu površinu potrebno uvećati za 50 %.

Sedimentacija u zoni

Zonska sedimentacija je karakteristika suspenzija kod kojih postoji izrazita granuična ploha između gornje bistre i donje sedimentacijske zone. Brzina takve sedimentacije određena je lokalnom koncentracijom suspenzije. Matematički opis fenomena počiva na zakonitosti strujanja fluida kroz poroznu strukturu u laminarnim uvjetima odnosno na Carman-Kozenyjevoj jednadžbi:

$$\frac{\Delta p}{\ell} = 180 \cdot \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A \cdot \eta}{d_c^2}$$

Budući da se radi o sustavima izrazito kompleksne unutrašnje geometrije, brzina sedimentiranja za ovakve partikulske sustave određuje se eksperimentom, odnosno provedbom sedimentacijskog testa. Postoje različiti testovi sedimentacije od kojih su poznatiji Kynchov i Coe-Clevenger. Temeljem dobivene zavisnosti $v_s = f(c_s)$ provodi se dimenzioniranje procesne jedinice za provedbu gravitacijske sedimentacije odnosno određuje se potrebna površina sedimentatora:

$$S = \frac{\dot{M}_0}{A} = \frac{v_s}{\frac{1}{c_s} - \frac{1}{c_{s,2}}} \quad (13.11.)$$

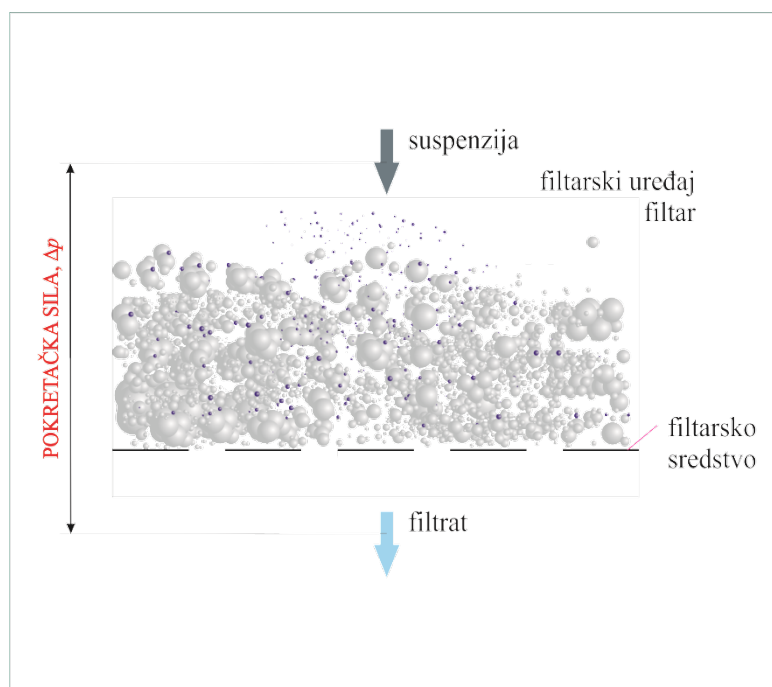
gdje je:

- A potrebna površina sedimentatora,
- S ukupan fluks čvrstih čestica,
- \dot{M}_0 maseni protok čvrstih čestica u dotoku,
- $c_{s,2}$ masena koncentracija guste suspenzije u odtoku.

13.2. Filtracija

Filtracija je, u svom najopćenitijem smislu, proces odvajanja (separacije) disperzne faze od disperznog sredstva primjenom poroznog medija (filtarsko sredstvo, membrane). Iz ovakve, jedne posve široke definicije i poimanja filtracije proizlazi da postoji više razina procesa filtracije: makrofiltracija, mikrofiltracija, ultrafiltracija te nanofiltracija i reverzna osmoza. Navedene kategorije filtracija međusobno se razlikuju po primijenjenom poroznom sredstvu te posljedično i disperznoj fazi koja biva zadržana primjenom poroznog sredstva. U okviru ovog kolegija i pripadajućeg nastavnog materijala te općenito mehaničkog procesnog inženjerstva kao discipline razmatra se i poima isključivo proces makrofiltracije kojom se odvajaju suspendirane čestice od kapljevine poradi razlike tlaka (slika 13.8). Kažemo da je razlika tlaka pokretačka sila svakog procesa makrofiltracije (*pressure driven process*). Tu razliku tlaka nazivamo filtracijski tlak.

Gledajući s makrorazine procesa, filtracija je mehanička operacija razdvajanja mješavina kapljevutih i čvrstih tvari (suspenzija) pomoću šupljikave pregrade (filtarskog sredstva) koja propušta samo kapljevinu (filtrat). Neizostavna je jedinična operacija kemijskog inženjerstva i nerijetko se kombinira s drugim jediničnim operacijama u ukupnoj separaciji ulaznog procesnog toka. Nerijetko, mnogi pistovjećuju odvajanje sitom i filtraciju. Za provedbu procesa filtracije nužna je primjena višeslojnog poroznog medija (*multilayer lattice*). Slikom 13.8. shematski je prikazana makrofiltracija.



Slika 13.8. Shematski prikaz makrofiltracije

MEHANIČKI MAKROPROCESI

Koristimo se dvama parametrima koji ukazuju na uspješnost makrofiltracije:

Učin filtra koji odgovara količini filtrata iskazanoj volumenom koja se u jedinici vremena može razdvojiti po jedinici filtarske površine (podsjeća na fluks),

Stupanj potpunosti razdvajanja faza koji se iskazuje udjelom zaostale kapljevine u masi mokrog kolača.

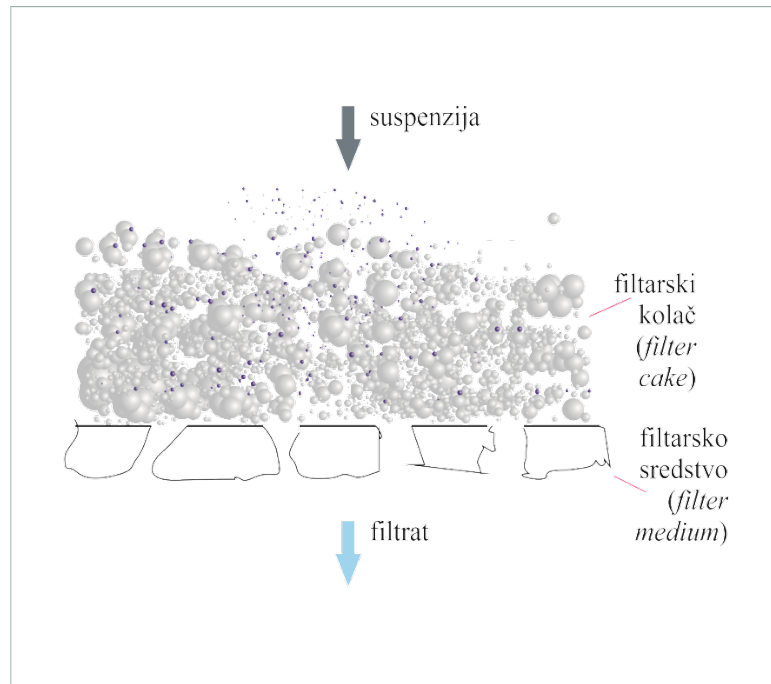
Postoje dva osnovna tipa makrofiltracije:

1. Filtracija kroz kolač (*cake filtration*) – odvija se u površinskim filtrima (*surface filters*),
2. Dubinska filtracija (*deep-bed filtration*) – odvija se u dubinskim filtrima (*deep bed filters*).

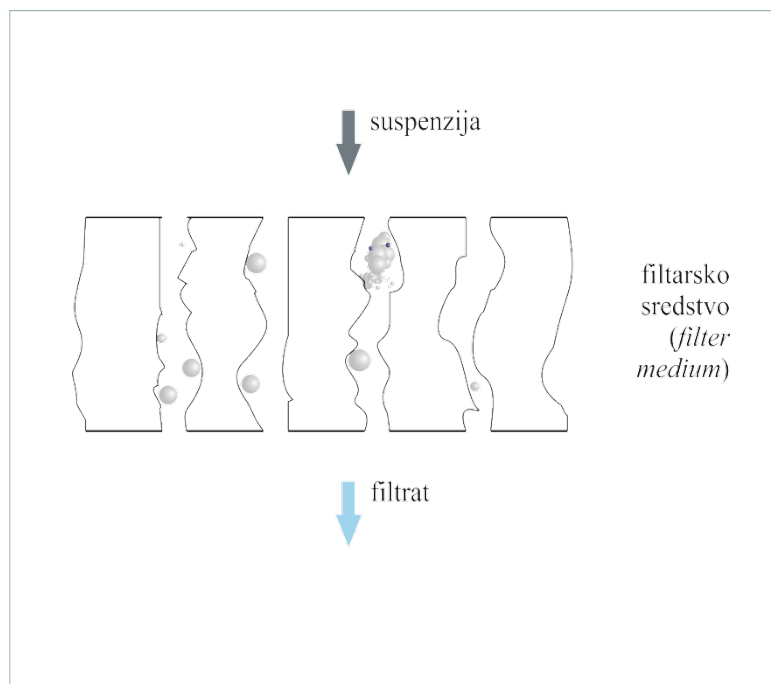
Pri filtraciji kroz kolač (slika 13.9), čvrste čestice suspendirane tvari nakupljaju se na površini filtarskog sredstva i nakon kratkog početnog perioda sam proces filtracije odvija se u sloju istaložene čvrste tvari iz suspenzije koju nazivamo filtarskim kolačem. Dakle, filtarski kolač jest zapravo polidisperzni sustav čvrstoga kojeg čine deponirane i zadržane čvrste čestice iz suspenzije. Kažemo, da nakon nekog početnog perioda filtarsko sredstvo djeluje samo kao nosač filtarskog kolača. Takav sustav čvrstoga odnosno filtarski kolač ima čestica različitih promjera što i čini ovakvu slagalinu odnosno ovakav sloj čvrstoga izrazito malenih pora i otvora. Upravo zatto se ovom filtracijom, filtracijom kroz kolač mogu odvojiti i izrazito malene čestice, promjera manjih od filtarskog sredstva budući da će filtarsko kolač kao izniman polidisperzan sustav uspjeti i njih zadržati. No, u onoj početnoj fazi filtracije kada se još nije stvorio sloj kolača može doći do začepjenja pora filtarskog sredstva. Upravo da se spriječi to začepljenje koje bi posljedično i rezultiralo oslabljenim tokom filtrata dodaju se pomoćna filterska sredstva. Ovaj tip filtracije ima znatno širu primjenu, posebno u kemijskoj procesnoj industriji, u odnosu na filtraciju kroz sredstvo. To ne čudi budući da u insutrijama imamo znatno koncentriranije suspenzije. Tako da se površinski filtri primjenjuju za filtraciju suspenzija većih koncentracija od 1 % vol. U dubinskim filtrima čestice su manje od otvora filtarskog sredstva i kreću se kroz relativno duge i tortuotične međučestične prostore (pore) gdje bibaju zadržane različitim mehanizmima. U nastavku materijala opisuje se isključivo filtracija kroz kolač budući je to kategorija od većeg značaja. Filtracija kroz kolač odvija se u uvjetima pozitivne pokretačke sile odnosno filtracijskog tlaka. Ovisno o tome koje polje sile se primjenjuje u ostvarivanju takve pokretačke sile razlikujemo:

- Gravitacijsku filtraciju – koristi se polje sile teže,
- Tlačnu odnosno vakuumsku filtraciju – gdje se koristi područje višeg i nižeg tlaka,
- Centrifugalnu filtraciju - koristi se polje centrifugalne sile.

MEHANIČKI MAKROPROCESI



Slika 13.9. Shematski prikaz filtracije kroz kolač



Slika 13.10. Shematski prikaz dubinske filtracije

MEHANIČKI MAKROPROCESI

U matematičkom opisu fenomena makrofiltracije kroz kolač moguće je primijeniti Carman-Kozenyevu jednadžbu (izraz 10.24) čije je polazište teorija prijenosa količine gibanja odnosno fenomen strujanja fluida kroz porozan sloj u laminarnim uvjetima:

$$\frac{\Delta p}{\ell} = 180 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \cdot \frac{v_A \cdot \eta}{d_\varepsilon^2}$$

Carman-Kozenyeva jednadžba primjenjiva je u slučaju:

Nestlačivih filtarskih kolača,

Stalne pokretačke sile odnosno filtracijskog tlaka,

Sloja sastavljenog isključivo od sferičnih čestica,

Nepostojanja otpora strujanju od strane filtarskog sredstva.

Matematički opis fenomena makrofiltracije kroz kolač dugujemo Darcyju. Darcyjev zakon dobiven je eksperimentalnim razmatranjima fenomena:

$$\frac{dp_L}{dl} = \frac{\eta}{K} v_A \quad (13.12.)$$

ili u obliku:

$$\dot{V} = K \frac{A \cdot \Delta p}{\eta L} \quad (13.13.)$$

Uz supstituciju: $R_M = \frac{L}{K}$

Možemo pisati:

$$\dot{V} = \frac{A \Delta p}{\eta R_M} \quad (13.14.)$$

U gore navedenim izrazima:

- p_L hidrodinamički tlak kapljevine (Pa),
- L debljina porozne strukture odnosno sloja (m),
- η dinamička viskoznost kapljevine (Pas),
- K permeabilnost (propusnost) porozne strukture (m^2),
- v_A brzina protjecanja kapljevine ($m \cdot s^{-1}$),
- A površina filtracije (m^2),
- Δp pokretačka sila procesa, pad tlaka, filtracijski tlak (Pa),
- R_M otpor filtarskog sredstva (m^{-1}).

Izraz 13.14 vrijedi u slučaju prisutnosti samo filtarskog sredstva, ne i filtarskog kolača. Jasno se vidi da se ovaj volumni tok zapravo iskazuje odnosom pokretačke sile i otpora fenomenu.

Pri formiranju filtarskog kolača kapljevina nailazi na dodatan otpor, otpor filtarskog kolača R_C . Tada, u slučaju triju otpora (viskoznosti fluida, filtarskog sredstva te kolača) možemo pisati:

$$\dot{V} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta(R_M + R_C)} \quad (13.15.)$$

Nadalje, otpor kolača je direktno proporcionalan količini stvorenog kolača (kod nestlačivih kolača):

$$R_C = \alpha \cdot w \quad (13.16.)$$

Pa možemo pisati:

$$\dot{V} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta(R_M + \alpha \cdot w)} \quad (13.17.)$$

U gore navedenim izrazima:

- R_C otpor filtarskog kolača (m^{-1}),
- α specifični otpor filtarskog kolača ($m \text{ kg}^{-1}$),
- w masa kolača po jediničnoj površini ($kg \text{ m}^{-2}$).

Također iskazano brzinom zapisujemo:

$$v_A = \frac{\Delta p}{\eta(R_M + \alpha \cdot w)} \quad (13.18.)$$

Upravo iz gore navedenih izraza jasno se mogu iščitati uvjeti rada. Proizlazi da ako želite raditi u uvjetima konstantne brzine treba postepeno i povećavati filtracijski tlak odnosno pokretačku silu koja će nadvalati prisutne otpore budući da filtraski kolač s vremenom raste te mu je ukupan otor veći. Također, posve jasno proizlazi da u uvjetima konstantnog filtracijskog tlaka odnosno stalne pokretačke sile s vremenom opada brzina protjecanja kako masa kolača raste. Pri ovom sagledavanju uvjeta rada korisno je izraz 13.18 za brzinu razmatrati sa stajališta fluksa. Jer upravo je i brzina dana omjerom pokretačke sile i svih prisutnih otpora fenomenu kao što je to i fluks dan svojim općim izrazom (jedn. 4.2).

Iz bilance čvrste tvari u kolaču proizlazi:

$$w = \frac{G \cdot V}{A} \quad (13.19.)$$

Pa možemo pisati za protok:

$$\dot{V} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta \left(R_M + \alpha \cdot \frac{G \cdot V}{A} \right)} \quad (13.20.)$$

te za brzinu:

$$v_A = \frac{\Delta p}{\eta \left(R_M + \alpha \cdot \frac{G \cdot V}{A} \right)} \quad (13.21.)$$

Izrazi 13.20 i 13.21 vrijede za najjednostavniji model nestlačivog filtarskog kolača. To je idealizirani slučaj. Također, valja znati da je otpor filtarskog sredstva R_M obično konstantan, ali se može mijenjati s vremenom kao posljedica ulaska čestica unutar pora filtarskog sredstva ili eventualnog stlačivanja filtarskog sredstva uslijed povećanja tlaka. Specifični otpor filtarskog kolača α je gotovo uvijek konstantan kod nestlačivih kolača, ali se može mijenjati s vremenom kao posljedica pregrupiranja čestica u kolaču ili u slučaju promjenjive brzine filtracije.

No, u stvarnosti su svi kolači stlačivi, manje ili više. Njihov specifičan otpor nije konstantan te se mijenja s prostornim koordinatama promatranog sustava čvrstog (kolača) kao posljedica postojanja profila pseudo tlaka kompresije po visini kolača. Stoga, u matematički opis fenomena valja ugraditi srednji specifični otpor filtarskog kolača odnosno njegovu zavisnost o padu tlaka kroz kolač (razni filtracijski testovi). Uzevši u obzir navedeno slijedi Carmanova jednadžba:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{A \cdot \Delta p}{\eta \left(R_M + \alpha_{sr} \cdot \frac{G \cdot V}{A} \right)} \quad (13.22.)$$

Pri čemu je α_{sr} srednji specifični otpor filtarskog kolača (m kg^{-1}), a t vrijeme filtracije. S pomoću Carmanove jednadžbe (prikladno modificirane) predviđa se tijek filtracije u industrijskom mjerilu. Uz konstantni filtracijski tlak možemo pisati:

$$\frac{t}{V} = \frac{\eta \cdot \alpha_{sr} \cdot G}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta p} \cdot V + \frac{\eta \cdot R_M}{A \cdot \Delta p} \quad (13.23.)$$

Upravo na ovom obliku Carmanove jednadžbe temelji se eksperimentalno određivanje otpora filtarskog sredstva i otpora filtarskog kolača provedbom filtracijskog testa na laboratorijskim ili poluindustrijskim uređajima.

14. MEHANIČKO MIJEŠANJE

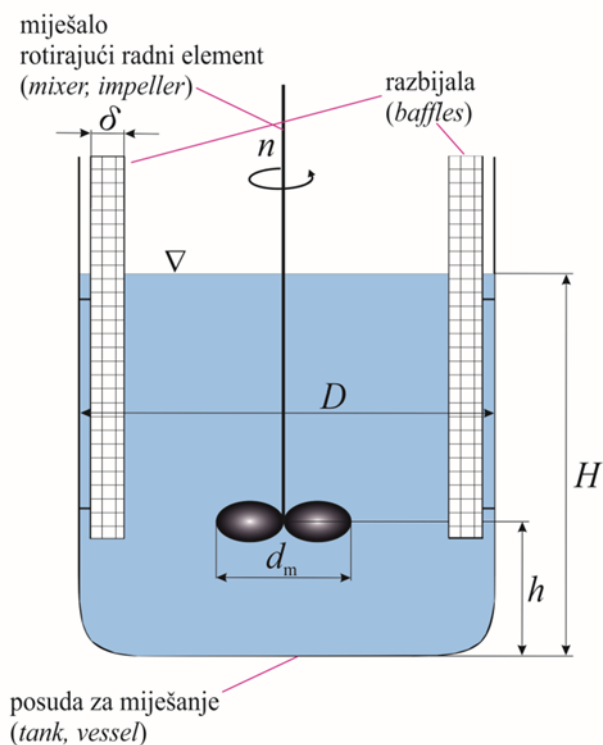
Miješanje je proces kontaktiranja pojedinih faza (S,L,G) kojim se postiže jednolikost u sastavu i /ili temperaturi sustava. Dakle, mehaničko miješanje provodi se poradi postizanja željene homogenosti promtranog sustava (s obzirom na koncentraciju, temperaturu ili neko drugo svojstvo poput raspodjele veličina čestica. Procesom miješanja povećava se stupanj izmiješanosti danog partikulskog sustava. Miješanje se provodi mehaničkim uzgibavanjem sadržanog sustava. U ovom nastavnom materijalu razmatrat će se samo miješanje u kojem se uzgibava odnosno struji fluid. Jednolikost u sustavu je poželjna poradi osiguravanja boljih uvjeta za prijenos topline i tvari te za provedbu kemijske reakcije, otapanja, apsorpcije plina, ekstrakcije itd. Proces miješanja zastupljen je u gotovo svim industrijama, posebno u kemijskoj procesnoj industriji.

Iz gore navedene definicije, izrazito široke, jasno proizlazi da razlikujemo:

1. Miješanje u jednofaznim sustavima – podrazumijeva homogeniziranje mješljivih kapljevina te rezultira reduciranjem razlike u pripadajućim koncentracijama te viskoznostima,
2. Miješanje u sustavima s nemješljivim kapljevinama – provodi se s ciljem uspostave uvjeta pogodnih za bolji prijenosa tvari (pri ekstrakciji miješanjem povećavamo međufaznu površinu i time pospješujemo danu separaciju),
3. Miješanje u sustavima čvrsto-kapljevito (S/L partikulskim sustavima) – suspendiranje se provodi u svrhu sprečavanja sedimentacije čvrstog i osiguravanja pogodnih uvjeta za prijenos tvari i kemijsku reakciju,
4. Miješanje u sustavima plin/kapljevina (G/L partikulskim sustavima) – provodi se u svrhu postizanja boljeg kontakta sadržanih faza te posljedično boljeg prijenosa tvari (pr. apsorpcija),
5. Miješanje u trofaznim sustavima,
6. Miješanje u sustavima čvrstog odnosno miješanje čvrstih čestica (S/S partikulskim sustavima) – provodi se u svrhu postizanja jednolike raspodjele veličina čestica danog kolektiva te minimiziranja neželjenog efekta segregacije odnosno odmješavanja.

Ovim nastavnim materijalom detaljnije će se razmotriti i sagledati miješanje u jednofaznim sustavima te u suspenzijama.

Slikom 14.1 dat je shematski prikaz procesnog sustava za miješanje fluida. Procesni susatv odnosno jedinica sastoji se od: posude za miješanje određenih karakteristika, miješala odnosno rotirajućeg radnog elementa kojim se uzgibava sustav i dovodi pokretačka sila u sustav re razbijala koja umanjuju mogućnost pojave nepovoljnih virova (vrtloga). Njihova prisutnost onemogućava nastajanje nepovoljnih virova.



Slika 14.1. Shematski prikaz procesnog sustava za miješanje (miješalice)

Dimenzioniranje procesnog sustava za miješanje (miješalice) podrazumijeva:

- Odabir tipa rotirajućeg radnog elementa odnosno odgovarajućeg miješala te odgovarajuće posude,
- Definiranje geometrijskih karakteristika procesnog sustava,
- Određivanje (procjena) broja okretaja miješala potrebnog za postizanje željenog stanja izmiješanosti,
- Procjena snage potrebne na vratilu miješala.

Prije no što li razmotrimo svaku od ovih točaka procedure za dimenzioniranje miješalice sagledajmo stupanj miješanja i radi boljeg shvaćanja adekvatnog odnosno neadekvatnog gibanja ukupne mase poslužimo se analogijom s gustoćom toka:

$$\text{STUPANJ MIJEŠANJA} = \frac{\text{POKRETAČKA SILA FENOMENA}}{\text{OTPOR FENOMENU}} \quad (14.1.)$$

Iz ovog izraza jasno proizlazi da će se bolji stupanj miješanja, odnosno adekvatnije gibanje ukupne mase sustava ostvariti ako je veća pokretačka sila fenomenu, a manji otpori strujanju. Možemo reći da proces miješanja valja voditi uvjetima povećane pokretačke sile te umanjenja otpora fenomenu. Pokretačka sila jest sila inercije koja se dobavlja u sustav odnosno ostvaruje primjenom rotirajućeg radnog elementa. Na pokretačku silu fenomena utječemo regulacijom broja okretaja miješala n i samim promjerom miješala d_m . Otpori ovakvom strujanju su svakaako

MEHANIČKI MAKROPROCESI

viskoznost fluida koji se opire svojoj smičnoj deformaciji te sama geometrija sustava koja se iskazuje simpleksima odnosno bezdimenzijskim odnosima karakterističnih geometrijskih karakteristika sustava S_1 , S_2 i S_3 . Ukupnost otpora pri ovakvom obliku strujanja iskazuje se ovisnošću koja je dobivena dimenzijskom analizom:

$$Eu_M = f(Re_M, Fr_M, S_1, S_2, S_3) \quad (14.2.)$$

pri čemu je:

- Eu_M Eulerova značajka za miješanje,
- Fr_M Froudova značajka za miješanje koju eliminiramo prisutnošću razbijala.

Laminarno strujanje u miješalicama obično egzistira u prisutnosti vrlo viskoznih kapljevina. Poradi velike viskoznosti kapljeviteg sustava otpor fenomenu je izrazito velik. Stoga, potrebne su velike količine mehaničke energije da se ostvari željeni tok odnosno adekvatno gibanje ukupne mase. Za nadvladavanje tako velikog otpora u hidrodinamskom sustavu valja primijeniti miješalo s velikom kontaktnom površinom (lopatasta i sidrasta miješala) koja će zauzeti velik dio posude za miješanja. Time, osigurat će se adekvatno gibanje ukupne mase te posljedično i željeni stupanj miješanja. Pri laminarnom strujanju dolazi do prijenosa količine gibanja s površine koja rotira u masu fluida i to isključivo molekularnim mehanizmom.

Turbulentno strujanje se javlja kod fluida kod kojih je viskoznost manja od 10 mPa s. U slučaju znatno manjih viskoznosti (prisutnost tako malog otpora u hidrodinamskom sustavu) za osiguranje konvektivnog toka ukupne mase nije potrebno koristiti veliko miješalo već i samom regulacijom broja okretaja miješala moguće je ostvariti adekvatno gibanje ukupne mase te posljedično značajnu dobavu i zadovoljavajući stupanj izmiješanosti. Pri ovakvim hidrodinamičkim uvjetima postižu se veliki stupnjevi miješanja, a prijenos količine gibanja ostvaruje se vrtložnim mehanizmom prijenosa.

Hidrodinamički režim strujanja u miješalici definira se Reynoldsovom značajkom za miješanje:

$$Re_M = \frac{n \cdot d_m^2 \cdot \rho_f}{\eta_f} \quad (14.3.)$$

pri čemu je :

- n broj okretaja miješala (s^{-1}),
- d_m promjer miješala odnosno rotirajućeg radnog elementa (m).

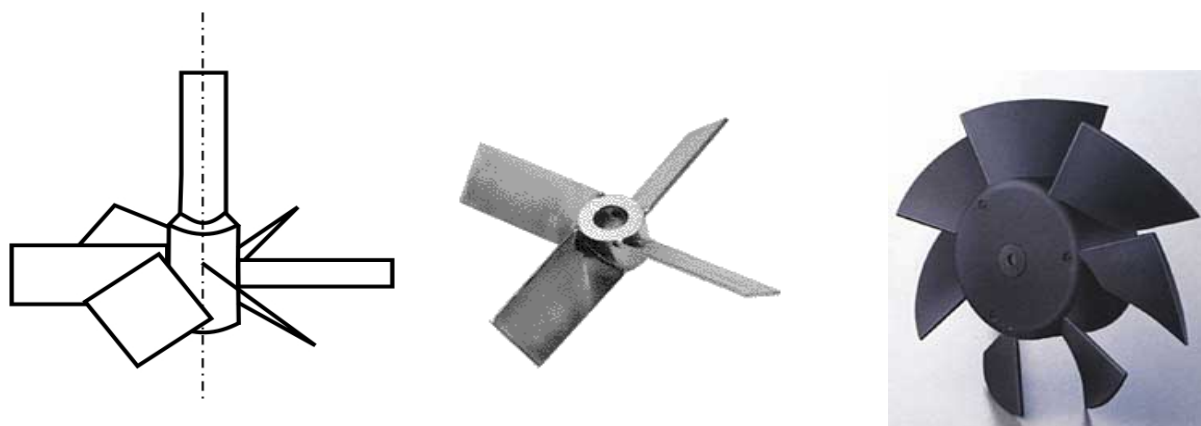
Dakle na režim strujanja u miješalici znatno utječe viskoznost kaplčevine, ali i geometrijska karakteristika procesnog sustava. U uvjetima Re značajke manje od 10 smatra se laminarno strujanje, a iznad 10000 prisutno je turbulentno strujanje fluida u ovakvoj procesnoj geometriji.

MEHANIČKI MAKROPROCESI

U posudi za miješanje mogući su sljedeći tipovi cirkulacije (toka) fluida u posudi za miješanje:

1. Aksijalni (osni tok) – tok paralelan s osi rotacije miješala odnosno tok paralelan s osovinom. Primjenjuju se miješala s nagnutim lopaticama.
2. Radijalni tok - tok okomit na smjer rotacije, u radijalnom (vodoravnom) smjeru, prema zidu posude. Primjenjuju se miješala s ravnim lopaticama.
3. Tangencijalni tok.

U miješala za aksijalni tok kapljevine ubrajamo one roirajuće radne elemente kod kojih su lopatice nagnute pod kutom manjim od 90° u odnosu na površinu rotacije. Predstavnici aksijalnih miješala su turbinsko miješalo s nagnutim lopaticama (Slika 14.2) i propelersko miješalo (Slika 14.3).

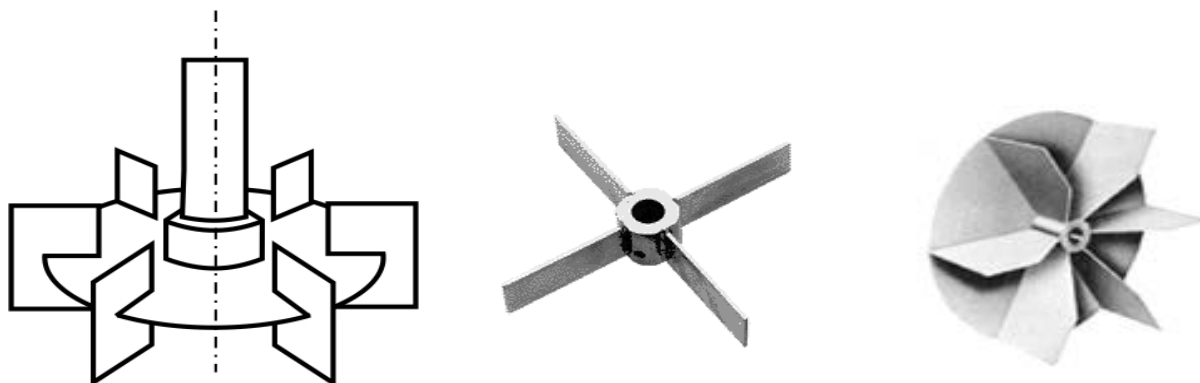


Slika 14.2. Prikaz turbinskih miješala s nagnutim lopaticama



Slika 14.3. Prikaz turbinskih miješala s nagnutim lopaticama

Turbinsko miješalo s nagnutim lopaticama postavlja se centralno u posudu u slučaju zahtjeva intenzivnog aksijalnog toka, te pri vrhu posude u slučaju postojanja potrebe za učinkovitim potapanjem čestica manjih gustoća. Propelerska miješala smještaju se centralno u posudu ili s bočne strane u slučaju postojanja potrebe za intenzivnim aksijalnim tokom. Obično, koristi se za miješanje kapljevine mnaje viskoznosti. U miješala za radijalni tok ubrajamo one rotirajuće radne elemnte kod kojih je površina lopatica paralelna s osi miješala (s osovinom). Klasičan primjer radijalnog miješala je turbinsko miješali s ravnim lopaticama (Slika 14.4).



Slika 14.4. Prikaz miješala za radijalni tok

Postoji predložena procedura za dimenzioniranje miješalice u jednofaznim sustavima te u sustavima čvrsto-kapljevito. Takva procedura uključuje definiranje:

1. Volumena koji se miješa,
2. Primarne varijable koja određuje uvjete miješanja
 - Viskoznost za jednofazne sustave
 - Brzina sedimentiranja ili veličine koju ju određuju za suspenzije
3. Odgovarajućeg i pogodnog dinamičkog odziva procesa
 - Dobava ostvarena miješalom za jednofazne sustave
 - Stanje suspenzije za sustave čvrsto-kapljevito.

Procjena broja okretaja miješala n potrebnog za postizanje željenog stanja izmiješanosti (za postizanje željene dobave kod jednofaznih sustava) ostvaruje se primjenom općeg hidrodinamskog izraza:

$$n = \frac{\dot{V}}{N_V \cdot d_m^3} \quad (14.4.)$$

Pri čemu je:

- N_V karakteristična značajka dobave,

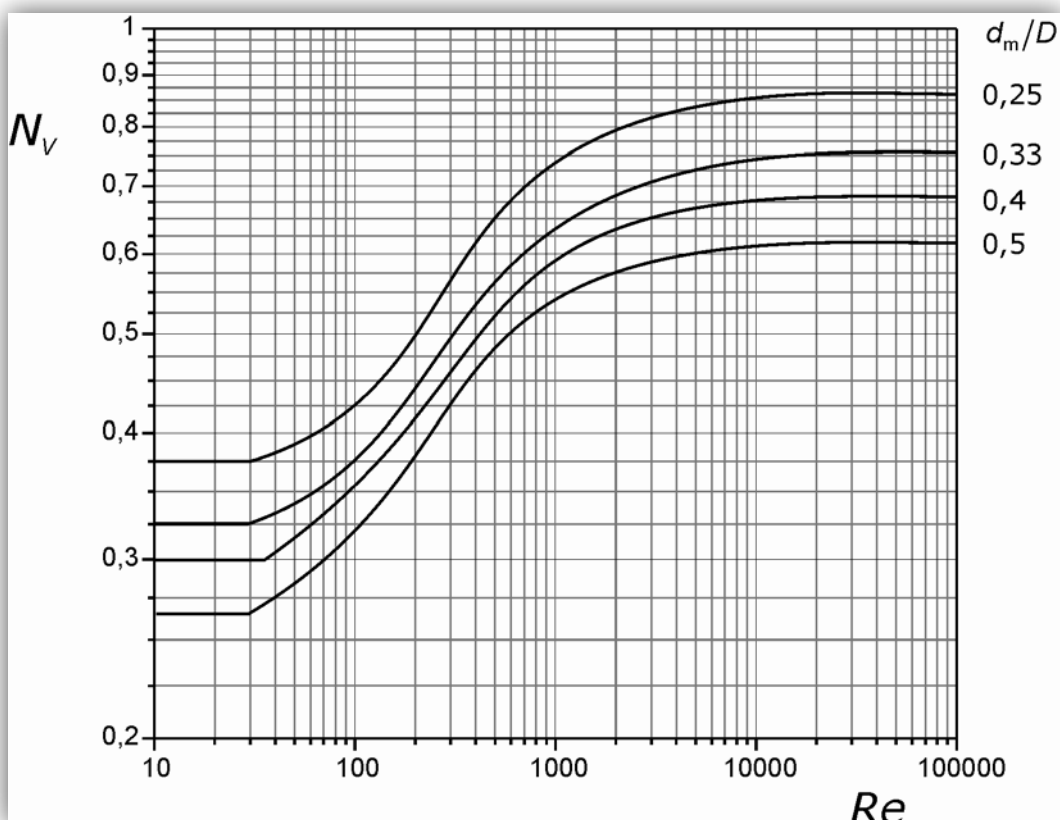
- \dot{V} volumni protok definiran s:

$$\dot{V} = v_A A \quad (14.5.)$$

Pri čemu je:

- v_A brzina u masi fluida koja se iščitava primjenom mjerila uzgibanja (m s^{-1}),
- A površina poprečnog presjeka posude za miješanje (m^2).

Karakteristična značajka dobave ovisi o hidrodinamičkim uvjetima strujanja u sustavu te geometriji sustava (Slika 14.5).



Slika 14.5. Bezdimenzijski dijagram dobave

Provodi se iterativna procedura gdje se u prvom koraku pretpostavlja turbulentno strujanje fluida budući da je značajka dobave neovisna o broju okretaja miješala za danu geometriju.

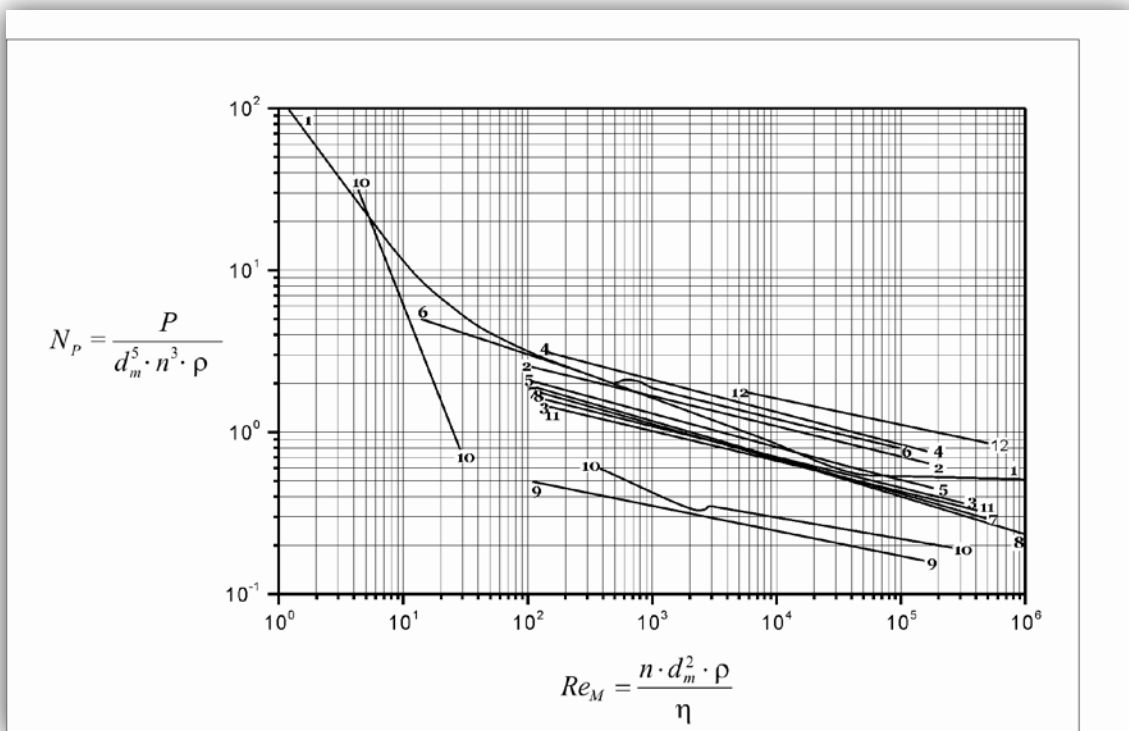
Procjena snage na vratilu miješala u jednofaznim sustavima ostvaruje se primjenom opće bezdimenzijske korelacije:

$$Eu_M = k \cdot Re_M^m \cdot Fr_M^n \quad (14.6.)$$

Eulerova značajka za miješanje Eu_M odgovara značajci snage N_p te se temeljem izraza u nastavku procjenjuje snaga na vratilu:

$$P = N_p \cdot n^3 \cdot d_m^5 \cdot \rho_f \quad (14.7.)$$

Bezdimenzijska zavisnost (jedn. 14.6.) grafički je prikazana bezdimenzijskim dijagramom snage (Slika 14.6).



Slika 14.6. Bezdimenzijski dijagram snage

Miješanje u sustavima čvrsto-kapljevito (suspendiranje) najusoješnije se provodi u procesnom sustavu za miješanje (miješalici) koja se sastoji od:

1. Posude za miješanje Rushtonovih dimenzija (u kojima je visina kapljevine jednaka promjeru posude za miješanje $H = D$) s oblikom dna koje osigurava najpovoljnije strujanje bez stvaranja mrtvih prostora (zdelasto, okruglasto) te s 4 ugrađena razbijala koji sprečavaju nastajanje nepovoljnih virova (vrtloga),
2. Miješala ($d_m = \frac{D}{3}$) koje uzrokuje aksijalan odnos osni tok kapljevine prema dnu posude za miješanje.

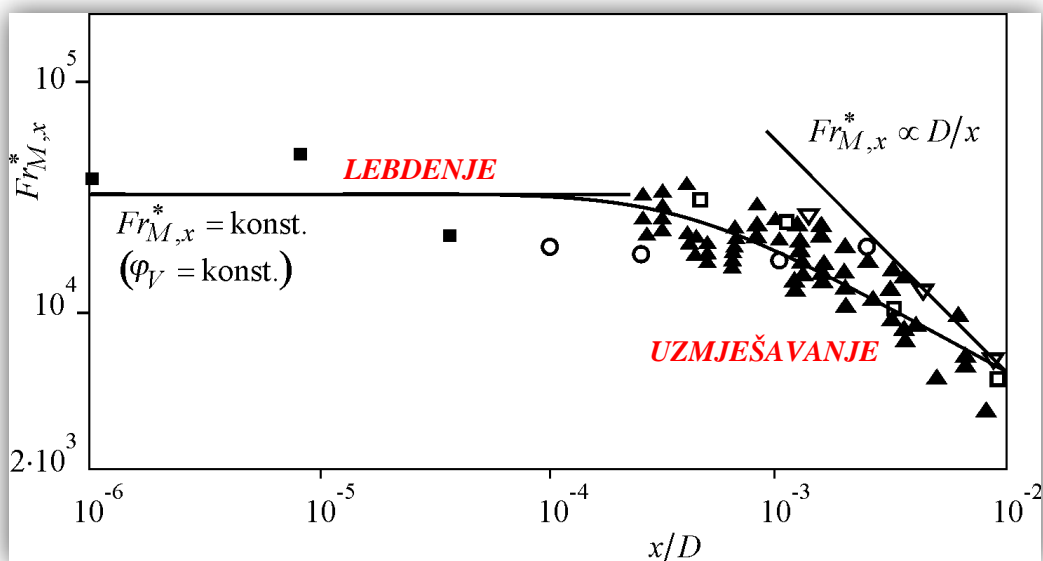
Pri suspendiranju koristimo se stanjem suspenzije kako bi ukazali na uspješnost procesa miješanja. No, valja razlikovati granična stanja suspenzije:

1. Potpuna suspenzija koja se javlja kada su sve čvrste čestice u gibanju i nijedna ne zaostaje duže na dnu posude za miješanje. Obično se utvrđuje kriterijem 1 s koje se zasniva vizualnim praćenjem stanja suspenzije pri njegovu dnu.

2. Homogena suspenzija koja se javlja kada je koncentracija čvrstih čestica, bez obzira na njihovu veličinu, jednoliko raspodijeljena u posudi za miješanje.
3. Iskazuje se stupnjem homogenosti suspenzije odnosno primjenom statistike/varijance odnosno odstupanjem lokalne koncentracije od srednje vrijednosti.

Procjena snage pri suspendiranju temelji se također na primjeni bezdimenzijske korelacije 14.6 odnosno na primjeni bezdimenzijskog dijagrama snage (Slika 14.6) kao što je to i slučaj u jednofaznim sustavima.

U procjeni minimalnog broja okretaja miješala koristimo se bezdimenzijskim korelacijama čiji oblik uvelike ovisi o režimu suspendiranja te hidrodinamičkim uvjetima u sustavu. Dakle, minimalni broj okretaja miješala potreban za postizanje stanja potpune suspenzije značajno ovisi o režimu suspendiranja i hidrodinamičkim uvjetima. Režim suspendiranja određen je odnosom promjera čvrstih čestica i promjera posude za miješanje (Slika 14.7). Očito je, režim uzumješavanja je prisutan u slučaju velikih čestica u malim posudama za miješanje te oprečno lebdenje je karakteristično za slučaj malih čestica u velikim posudama za miješanje.



Slika 14.7. Grafički prikaz režima suspendiranja

Pri režimu lebdenja vrijedi opći oblik bezdimenzijske korelacije:

$$\text{Re}_{\text{kr.}} = f\left(\text{Fr}^*, \frac{v_{\text{ss}}}{v_0}, \varphi_V\right) \quad (14.8.)$$

pri čemu je:

- $\text{Fr}^* = \frac{n^2 \cdot d_m \Delta\rho}{g \rho_f}$ proširena Froudova značajka (14.9.)
- v_{ss} brzina smetanog sedimentiranja kolektiva čestica (m s^{-1}),
- v_0 obodna brzina (m s^{-1})

- φ_v volumni udio čvrstog u suspenziji (-).

Pri režimu uzmiješavanja vrijedi opći oblik bezdimenzijske korelacije:

$$\text{Re}_{\text{kr.}} = f\left(\text{Ar}, \frac{x}{d_m}, \varphi_m\right) \quad (14.10.)$$

pri čemu je:

- $\text{Ar} = \frac{d_m^3 g \Delta\rho}{v_f^2 \rho_f}$ Arhimedova bezdimenzijska značajka (14.11.)
- x veličina jedinki (m),
- φ_m maseni udio čvrstog u suspenziji (-).

Dakle, opći oblik zavisnosti Re određen je samim režimom suspendiranja. No, konačan oblik bezdimenzijske korelacije određuje hidrodinamika sustava. Tako je u uvjetima turbulentnog strujanja važeća korelacija:

$$\text{Re}_{\text{kr.}} = a \cdot \text{Ar}^{0.5} \cdot \varphi_m^{0.25} \quad (14.12.)$$

U uvjetima laminarnog strujanja vrijedi:

$$\text{Re}_{\text{kr.}} = b \cdot \text{Ar}^{0.4} \cdot \left(\frac{d_m}{x}\right)^{0.2} \varphi_m^{0.2} \quad (14.13.)$$

Pri čemu su a i b konstante miješala. Gore navedene korelacije (jedm. 14.12 i 14.13) smatraju se karakteristikama potpunog suspendiranja za pojedina područja i režim uzmiješavanja.

Kriterij kojim se služimo u definiranju hidrodinamike ovakvih sustava uzmiješavanja je:

$$\text{Ar} \cdot \left(\frac{x}{d_m}\right)^2 \cdot \varphi_m^{0.5} \quad (14.14.)$$

U slučaju da je ovaj umnožak veći od 10^5 prisutno je turbulentno strujanje, a ukoliko je manji od 10^4 govorimo o prisutnosti laminarnog hidrodinamičkog režima.

Iz tako dobivenih vrijednosti kritičnih Re značajke procjenjuje se minimalni broj okretaja miješala prema izrazu 14.3.