



FKITMCMXIX

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet kemijskog
inženjerstva i tehnologije



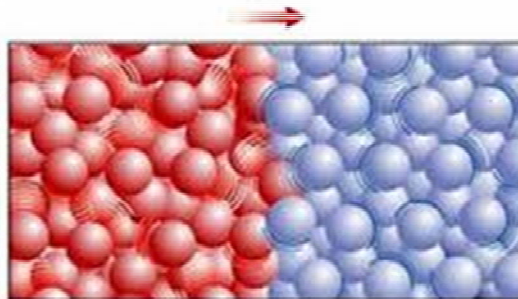
PRIJENOS TOPLINE

Prof. dr. sc. Aleksandra Sander

TOPLINA

- toplina je vrsta energije koju posjeduju tijela i fluidi povezana s različitim oblicima gibanja atoma, molekula i drugih čestica od kojih se tijelo sastoji.
- Do prijenosa topline dolazi između dva tijela (i/ili fluida) koja se nalaze na različitim temperaturama. Prijenos topline ide iz smjera tijela više temperature prema tijelu niže temperature.

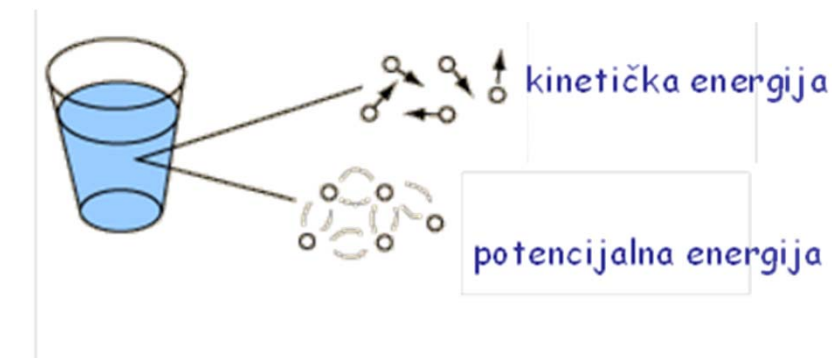
toplina



- mijenjaju se unutrašnje energije oba tijela
- unutrašnja energija → energija povezana sa slučajnim gibanjem molekula
- makro razina → tijela u pokretu
- mikro razina → energija na razini atoma i molekula

makro razina

mikro razina



Opći zakon očuvanja

akumulacija = ulaz – izlaz + generacija

$$V \cdot \frac{dX_V}{dt} = \dot{V}_{ul} \cdot X_{V,ul} - \dot{V}_{iz} \cdot X_{V,iz} + V_r$$

- X_V iz općeg zakona očuvanja predstavlja količinu topline po jedinici volumena

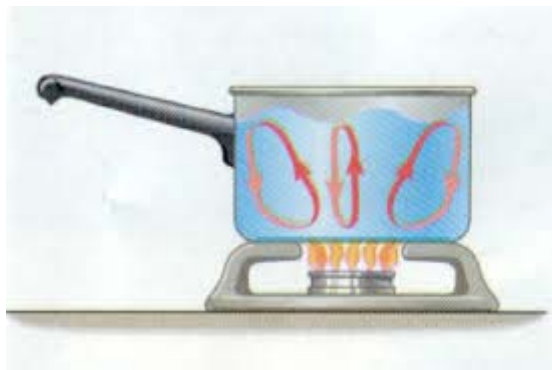
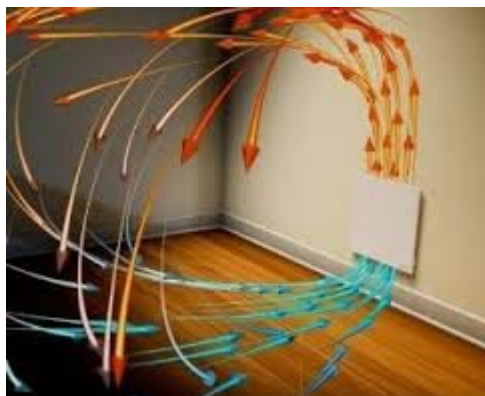
$$V \cdot \frac{dQ}{dt} = \dot{V}_{ul} \cdot Q_{V,ul} - \dot{V}_{iz} \cdot Q_{V,iz} + V_r$$

- Pokretačka sila procesa je razlika temperatura

OSNOVNI MEHANIZMI PRIJENOSA TOPLINE

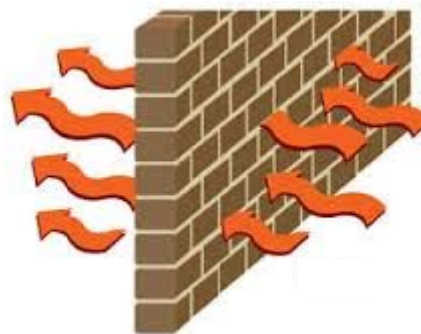
Konvekcija

Fluidi u gibanju



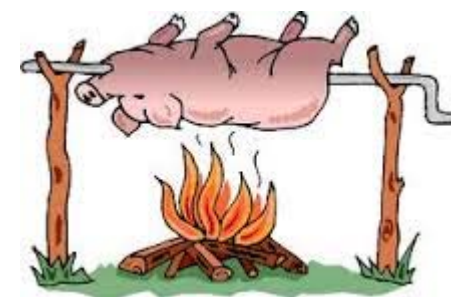
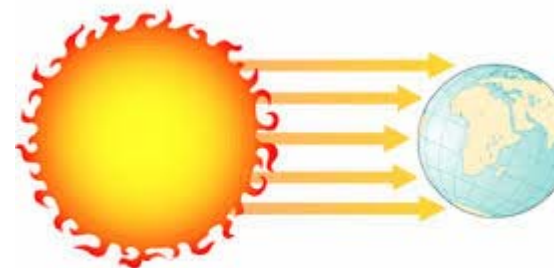
Kondukcija

Čvrsta tijela

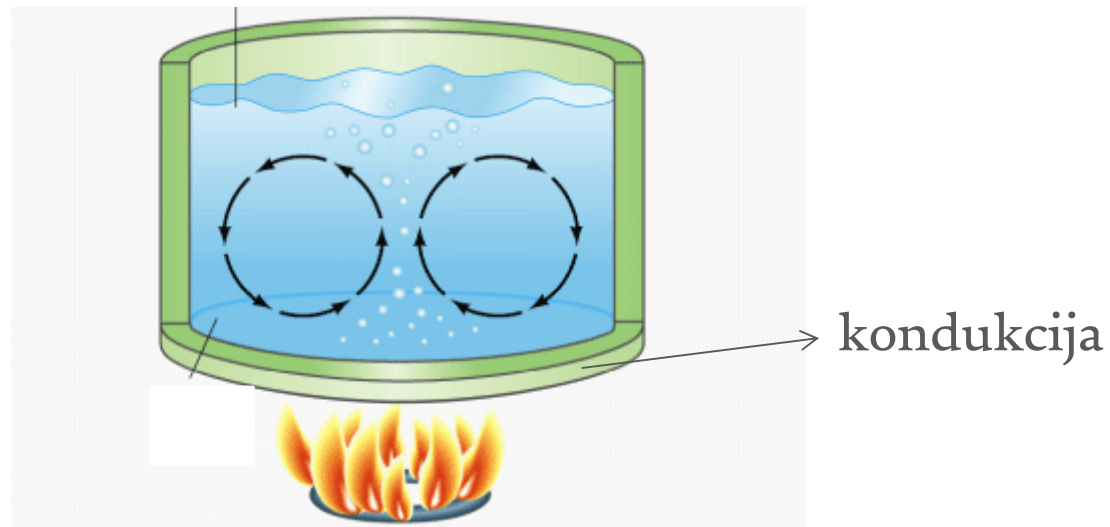


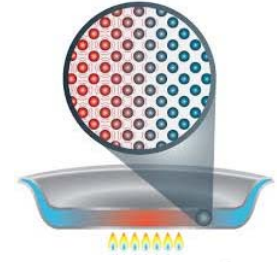
Zračenje

Elektromagnetski valovi



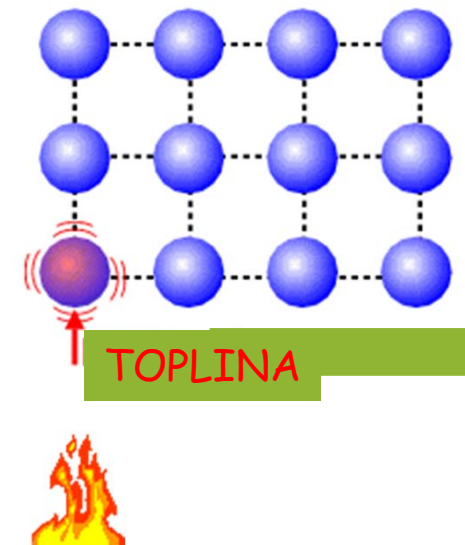
Prijenos topline kondukcijom



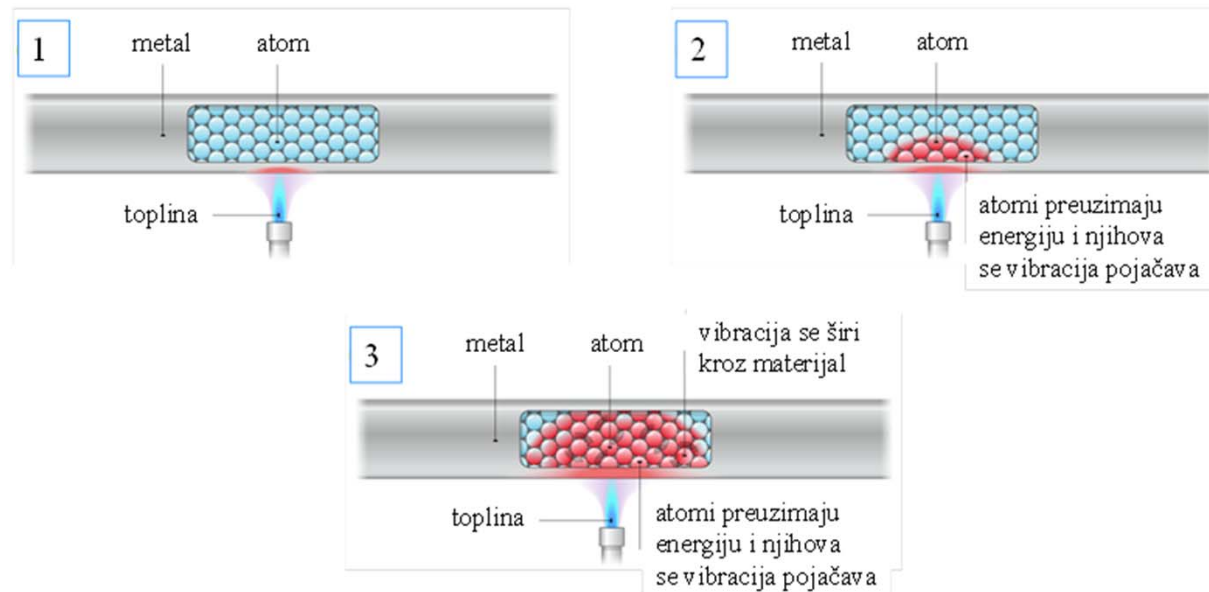


- molekularni mehanizam prijenosa topline unutar čvrstih tijela
- kada postoji temperaturni gradijent u čvrstom tijelu ili u fluidu u mirovanju
- energija se prenosi sa molekula višeg energetskeg nivoa (viša temperatura) na molekule nižeg energetskeg nivoa (niža temperatura) nakon kontakta

- na mikro razini do kondukcije dolazi zbog brzog kretanja ili vibracije atoma i molekula i međusobnim kontaktom sa okolnim atomima ili molekulama, pri čemu dolazi do prijenosa dijela energije (topline) na okolinu

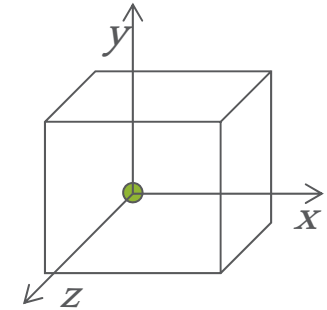


- MOLEKULARNA INTERAKCIJA
 - prisutno u svim sustavima gdje postoji temperaturni gradijent
- ZBOG PRISUSTVA SLOBODNIH ELEKTRONA
 - kod metala u čvrstom stanju



- Temperatura neke točke definirana je funkcijom temperaturnog polja

$$T = f(x, y, z, t)$$



- granična vrijednost omjera temperaturnih razlika i udaljenosti između dvije plohe – TEMPERATURNI GRADIJENT
- za vođenje topline u jednom smjeru:

$$T = f(x, t) \qquad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{dT}{dx}$$

- STACIONARNI PROCES - temperatura se u određenoj točki ne mijenja s vremenom → temperaturni gradijent je konstantan

$$\left(\frac{dT}{dt} = 0 \right)$$

$$\left(\frac{dT}{dy} \neq f(t) \right)$$

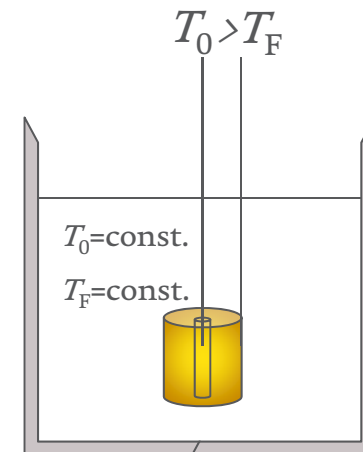
- NESTACIONARNI PROCES - temperatura se u određenoj točki mijenja s vremenom → mijenja se temperaturni gradijent

$$\left(\frac{dT}{dt} \neq 0 \right)$$

$$\left(\frac{dT}{dy} = f(t) \right)$$

Stacionarna kondukcija

- u većini uređaja u kojima dolazi do prijenosa topline, toplina se prenosi sa jednog fluida na drugi preko čvrste stjenke
- stacionarna kondukcija odnosi se na prijenos topline kroz čvrsta tijela u uvjetima kada se temperatura određene točke (odnosno područja u kojem se toplina prenosi kondukcijom) ne mijenja s vremenom



I. Fourierov zakon

- kada u tijelu postoji temperaturni gradijent, dolazi do prijenosa topline iz područja više temperature u područje niže temperature
- gustoća toplinskog toka proporcionalna je temperaturnom gradijentu, a konstanta proporcionalnosti naziva se koeficijent toplinske vodljivosti.

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} \sim \frac{dT}{dy}$$

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \frac{dT}{dy}$$

- Koeficijent temperaturne vodljivosti

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

$$q = -\lambda \cdot \frac{dT}{dy} = -a \frac{d(\rho \cdot c_p \cdot T)}{dy} \quad [Wm^{-2} = Js^{-1}m^{-2}]$$

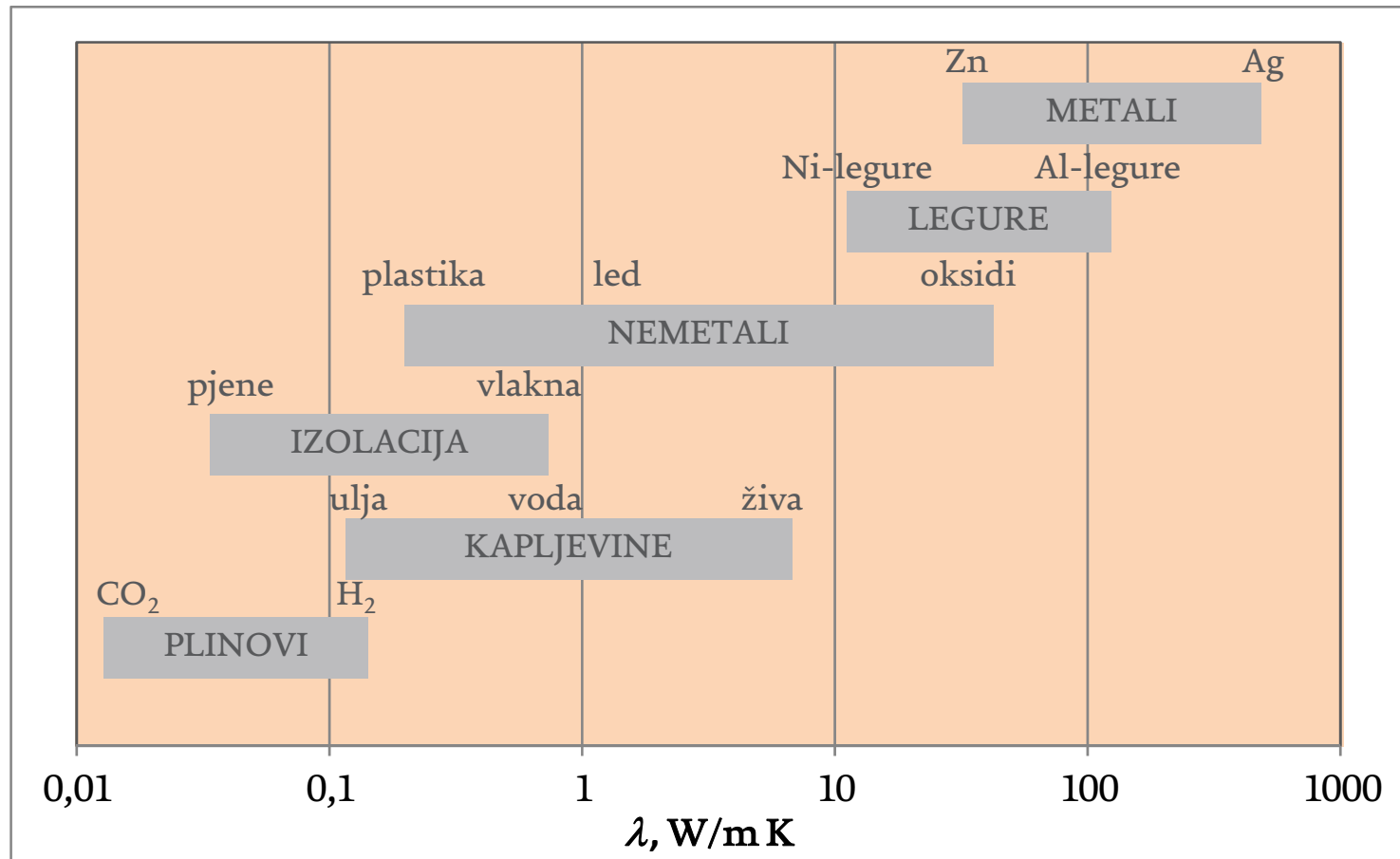
- prema općoj definiciji gustoće toka:

$$\phi = \kappa \cdot \frac{\Delta}{x}$$

Toplinska vodljivost

- fizikalno svojstvo tvari → sposobnost čvrstog tijela da vodi toplinu
- općenito ovisi o temperaturi, tlaku i prirodi tvari
- određuje se eksperimentalno
- Koeficijent toplinske vodljivost je numerički jednak količini topline koja prolazi kroz jediničnu izotermnu površinu u jedinici vremena pri jediničnom temperaturnom gradijentu

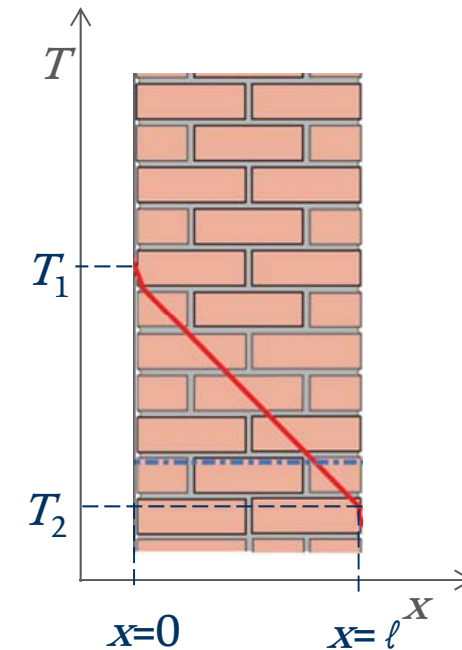
$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{A \frac{dT}{dy}}$$



Stacionarna kondukcija kroz ravni zid

- temperatura tijela ne mijenja se s vremenom
- izotropno tijelo debljine ℓ konstantnog koeficijenta toplinske vodljivosti, λ
- vanjske površine zida su na stalnim temperaturama, T_1 i T_2
- temperatura se mijenja samo u smjeru osi x , a u smjerovima osi y i z ostaje konstantna

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$



- količina topline koja u jediničnom vremenu prolazi kroz jediničnu površinu u smjeru osi x definirana je I Fourierovim zakonom:

$$q = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

- integriranjem po položaju i temperaturi dobiva se:

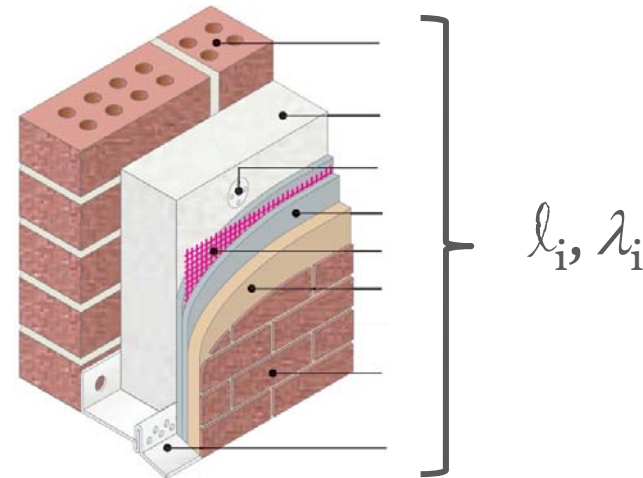
$$q = -\frac{\lambda}{\ell} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\Delta T}{\frac{\ell}{\lambda}} = \frac{\Delta T}{R}$$

- ukupna prenesena toplina, Q (J): $Q = \frac{\lambda}{\ell} \cdot A \cdot \Delta T \cdot t$

- količina topline koja prolazi kroz jediničnu površinu u jediničnom vremenu direktno je proporcionalna koeficijentu toplinske vodljivosti i razlici temperatura zida, te obrnuto proporcionalna debljini zida
- toplinski tok ovisi o razlici temperatura
- λ – koeficijent toplinske vodljivosti, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
- λ / ℓ - toplinska vodljivost, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
- ℓ / λ – toplinski otpor, $\text{m}^2 \text{K W}^{-1}$

Stacionarna kondukcija kroz višeslojni ravni zid

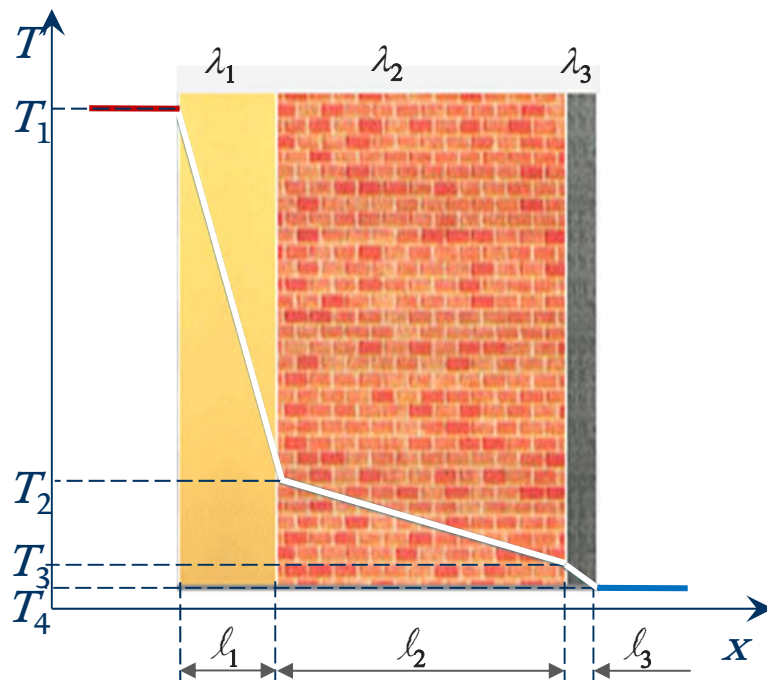
- ukupni toplinski otpor višeslojnog zida je suma pojedinačnih toplinskih otpora svakog sloja



- ako se promatra samo prijenos topline kondukcijom, ukupni otpor je:

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{l_i}{\lambda_i}$$

- uvjet stacionarnosti: $\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_3 = \dot{Q} = const.$
- površine prijenosa topline: $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A$
- količine prenesene topline preko dodirnih površina



$$\dot{Q}_1 = \frac{\lambda_1}{l_1} \cdot (T_1 - T_2) \cdot A_1$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{\lambda_2}{l_2} \cdot (T_2 - T_3) \cdot A_2$$

$$\dot{Q}_3 = \frac{\lambda_3}{l_3} \cdot (T_3 - T_4) \cdot A_3$$

- ukupno prenesena toplina

Ukupna razlika temperatura

$$\dot{Q} = \frac{A \cdot \overbrace{(T_1 - T_4)}}{\underbrace{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{l_3}{\lambda_3}}}$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{l_i}{\lambda_i} = \sum_i R_i = R_{uk}$$

- PRAVILO
- omjer ukupne razlike temperatura i ukupnog otpora, odnosi se kao omjer lokalne razlike temperatura i lokalnog otpora

$$\frac{\Delta T_{uk}}{R_{uk}} = \frac{\Delta T_{lok}}{R_{lok}}$$

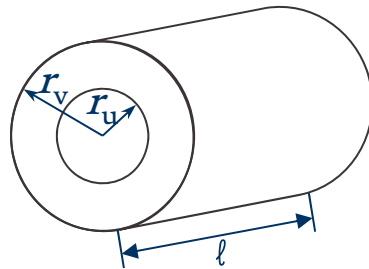
$$\frac{T_1 - T_4}{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \frac{l_3}{\lambda_3}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\lambda_1}}$$

- višeslojni zid može se aproksimirati homogenim zidom, ali je tada potrebno uzeti ekvivalentni koeficijent toplinske vodljivosti:

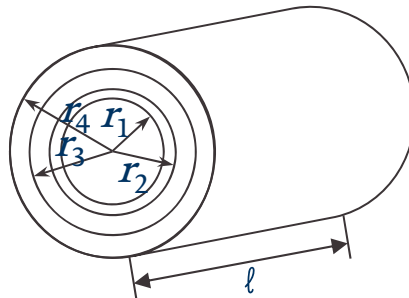
$$\dot{Q} = \frac{\lambda_{ekv}}{\sum_i l_i} \cdot A \cdot \Delta T$$

$$\lambda_{ekv} = \frac{\sum_i l_i}{\sum_i \frac{l_i}{\lambda_i}}$$

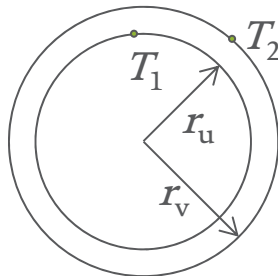
Stacionarna kondukcija kroz cilindričnu i sferičnu površinu



$$\dot{Q} = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot \Delta T \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{r_v}{r_u}\right)}$$



$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_{n+1})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \ell} \cdot \frac{1}{\lambda_{ekv}} \cdot \sum_{i=1}^n \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$$



$$\dot{Q} = \pi \cdot \lambda \cdot \frac{d_v \cdot d_u}{r_v - r_u} \cdot \Delta T$$

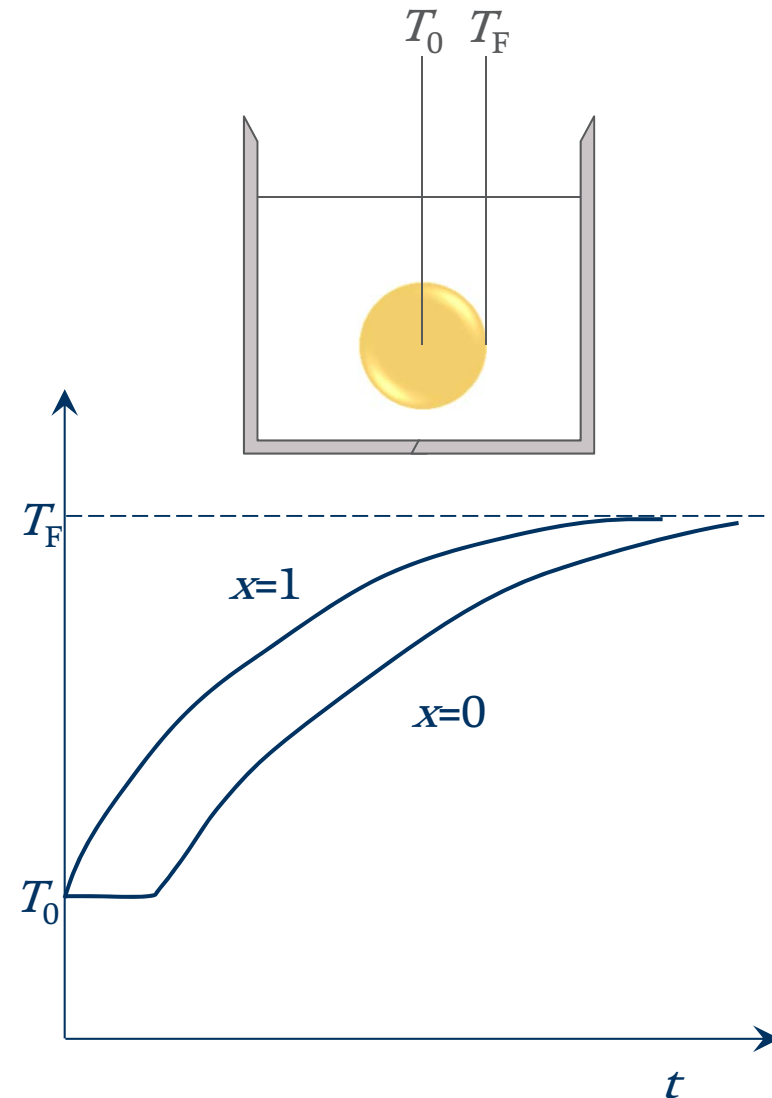
Nestacionarna kondukcija

- nema unutrašnjih izvora energije
- temperatura se mijenja i po položaju i s vremenom

- promatra se grijanje ili hlađenje tijela

- procesi se dijele u dvije osnovne grupe:
 - tijelo teži prema toplinskoj ravnoteži
 - tijelo postavljeno u fluid definirane temperature
 - temperatura se periodički mijenja

- grijanje homogenog tijela u fluidu stalne temperature
- $x = 0$ u središtu tijela
- $x = 1$ na površini tijela
- nakon dovoljno dugog vremena dolazi do izjednačavanja temperatura



- analitički opis uključuje rješavanje diferencijalne jednačbe kondukcije uz odgovarajuće početne i granične uvjete uz poznavanje fizikalnih veličina i geometrije tijela

- II Fourierov zakon
$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

- Promjena energije s vremenom proporcionalna je promjeni topline s položajem

- Analitička rješenja za različite geometrije te početne i granične uvjete
- Opći oblik: $\theta = f(X, Bi, Fo)$
- Bezdimenzijska temperatura: $\theta = \frac{T(t) - T_F}{T_0 - T_F}$
- Bezdimenzijski položaj $X = \frac{x}{l}$

- Biotova značajka → odnos unutrašnjeg i vanjskog otpora prijenosu topline

$$Bi = \frac{R_u}{R_v} = \frac{\frac{\ell}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\text{kondukcija}}{\text{konvekcija}} \qquad Bi = \frac{\alpha \cdot \ell}{\lambda}$$

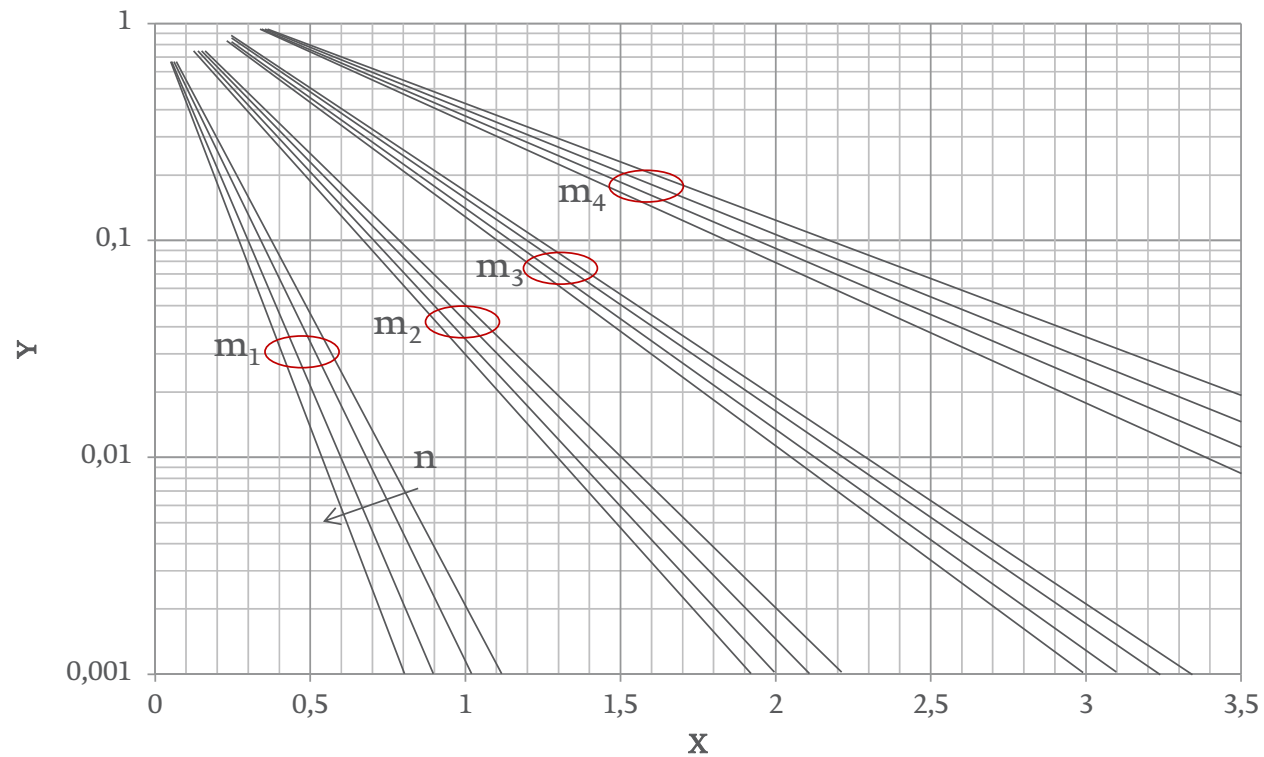
- Fourierova značajka → predstavlja bezdimenzijsko vrijeme

$$Fo = \frac{a \cdot t}{\ell^2}$$

- ℓ - karakteristična linearna dimenzija

- rješenja se dobivaju u obliku trigonometrijskog niza koji brzo konvergira za duga vremena ili može uključivati funkcije pogreške i integrale koji su pogodni za procjenu za kratka vremena
- metodom separacija varijabli ili Laplaceovom transformacijom
- Gurney-Lurievi dijagrami daju rješenja za ploču, kuglu i dugački valjak → koriste se dijagrami za prijenos topline kondukcijom uz promjene oznaka na osima

■ Gurney-Lurie dijagrami



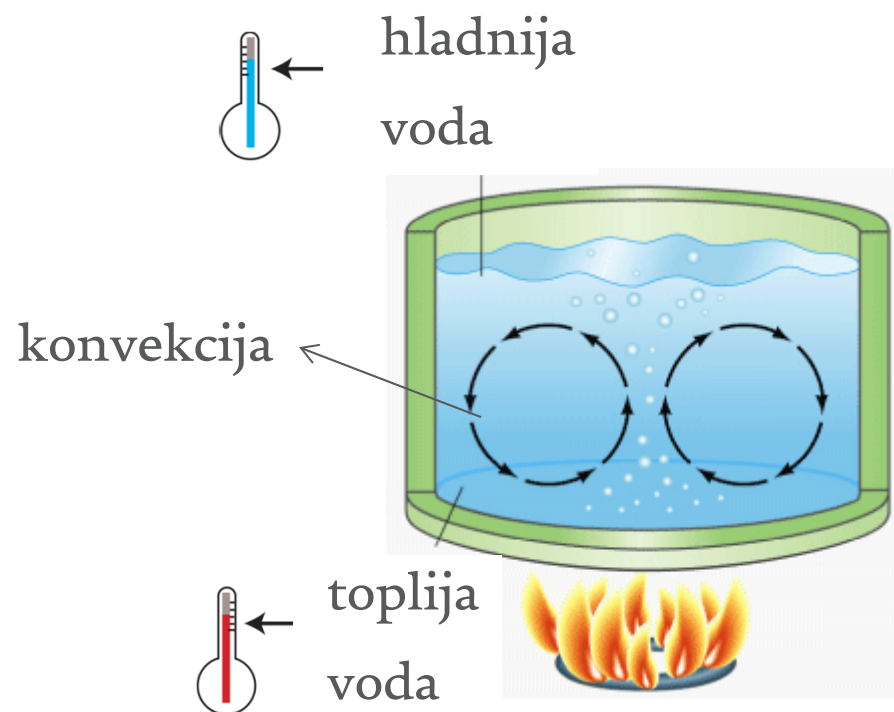
$$Y = \theta = \frac{T_s - T}{T_s - T_0}$$

$$X = \frac{a \cdot t}{l^2} = Fo$$

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot l} = \frac{1}{Bi}$$

$$n = X = \frac{x}{l}$$

Prijenos topline konvekcijom

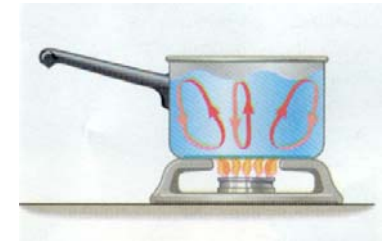
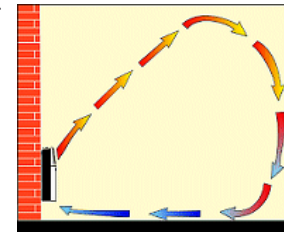


-
- Konvekcija je vrtložni mehanizam prijenosa topline pri čemu se toplina prenosi grupama molekula.
 - Karakteristična je za fluide u gibanju pri čemu se pod konvektivnim prijenosom topline ne podrazumijeva samo izmjena u masi fluida nego i izmjena topline između fluida i čvrste površine.
 - do prijenosa topline dolazi zbog gibanja toplih ili hladnih dijelova fluida između područja različitih temperatura

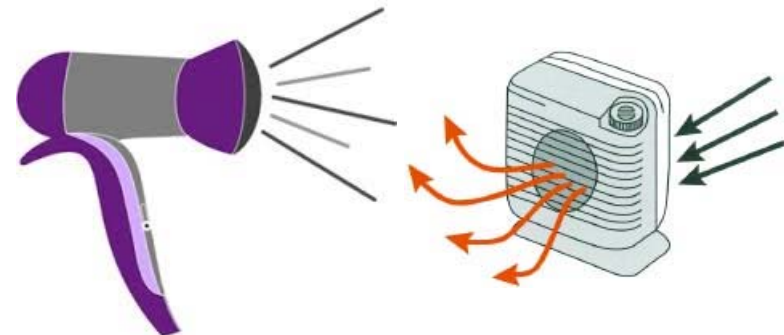


- gibanje može biti uzrokovano lokalnom razlikom gustoća, ili kao posljedica utjecaja vanjske (narinute) sile

- prirodna konvekcija - gibanje je uzrokovano lokalnim razlikama u temperaturi, a zbog toga i u gustoći te dolazi do spontanog miješanja fluida

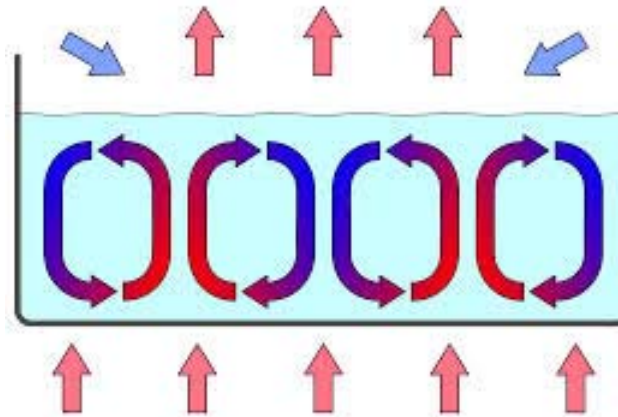


- prisilna konvekcija - gibanje je uzrokovano primjenom raznih uređaja (pumpe, ventilatori, miješalice)



Prirodna konvekcija

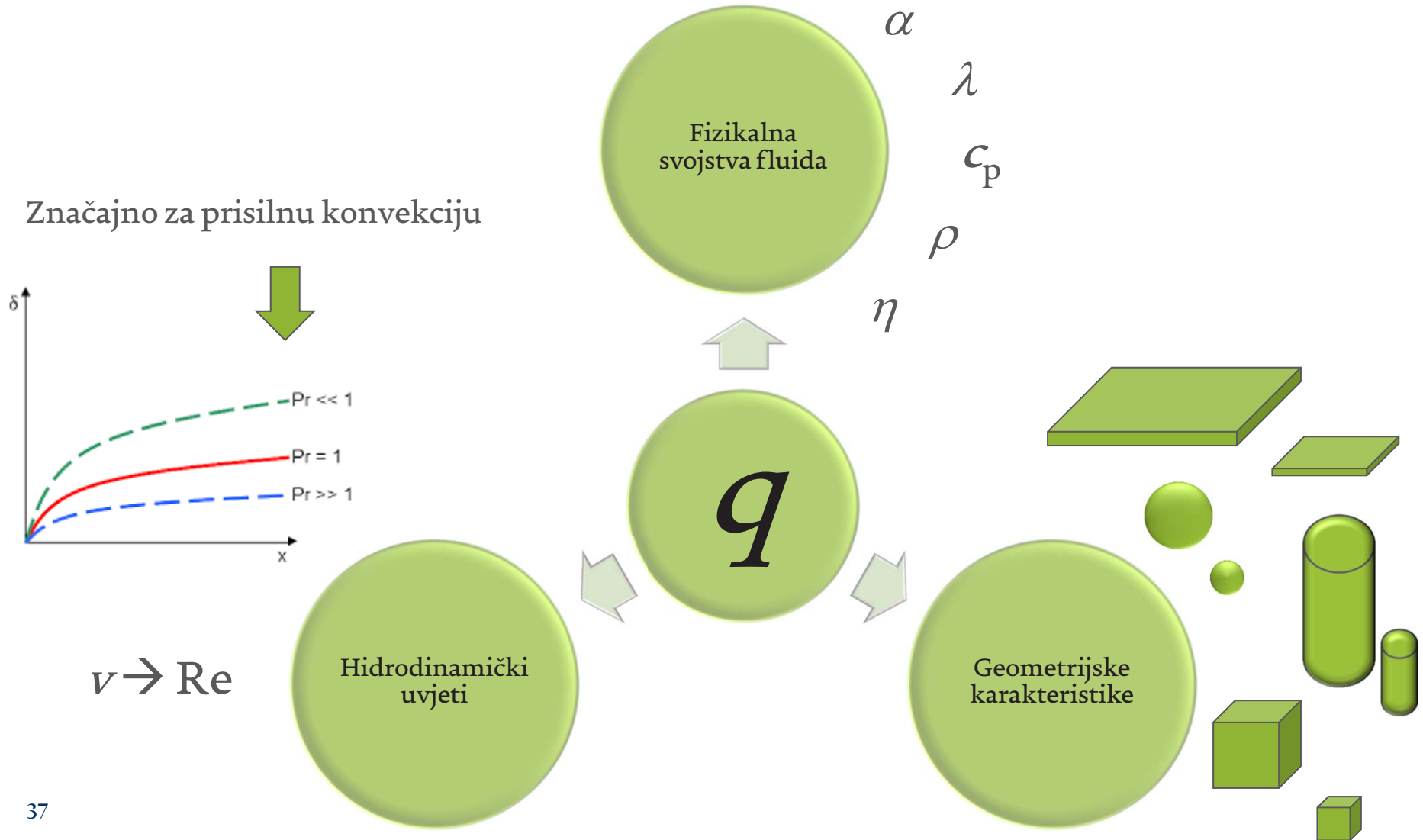
fluid sa površine gubi dio topline u okolinu
→ hladi se



Topli fluid manje gustoće ide prema gore
Hladni fluid veće gustoće ide prema dolje

cirkulacija

Što sve utječe na gustoću toplinskog toka?

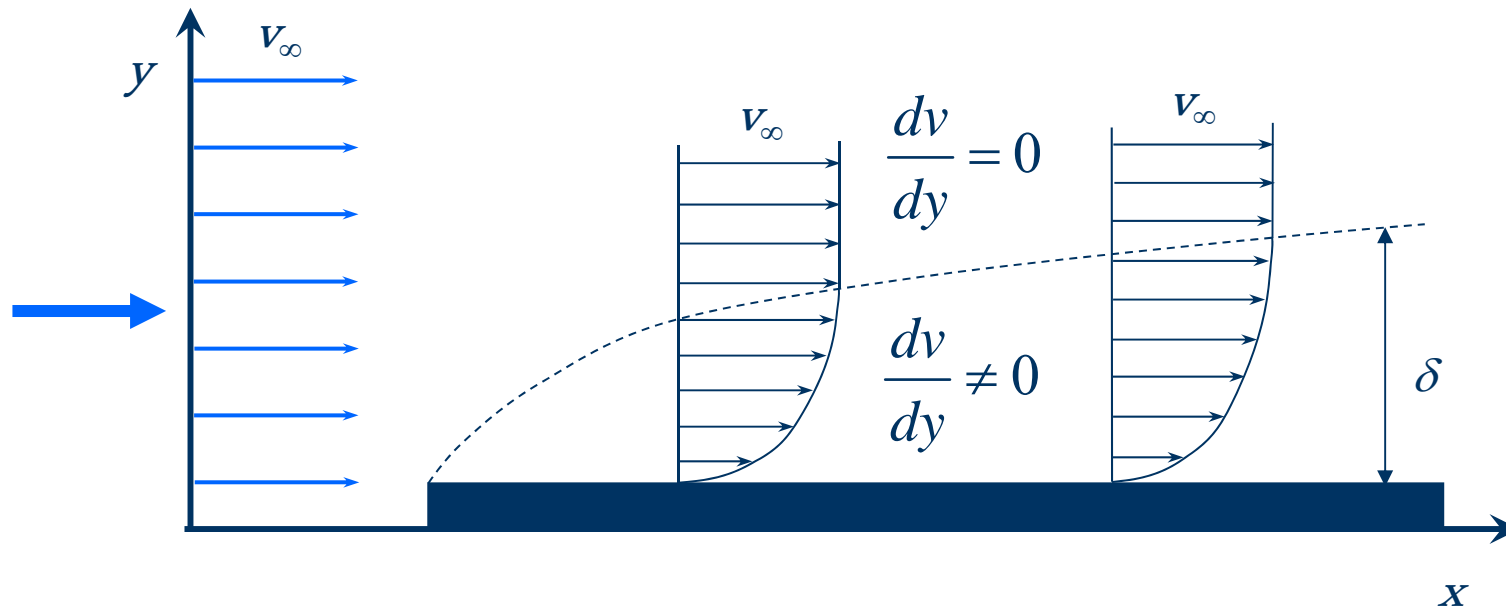


Hidrodinamički i toplinski granični sloj

- veoma je važan proces izmjene topline između fluida i čvrstog tijela
- strujanje i prijenos topline u sloju fluida uz čvrstu stjenku → granični sloj
- ako stjenka miruje fluid uz samu stjenku također miruje ($v=0$)

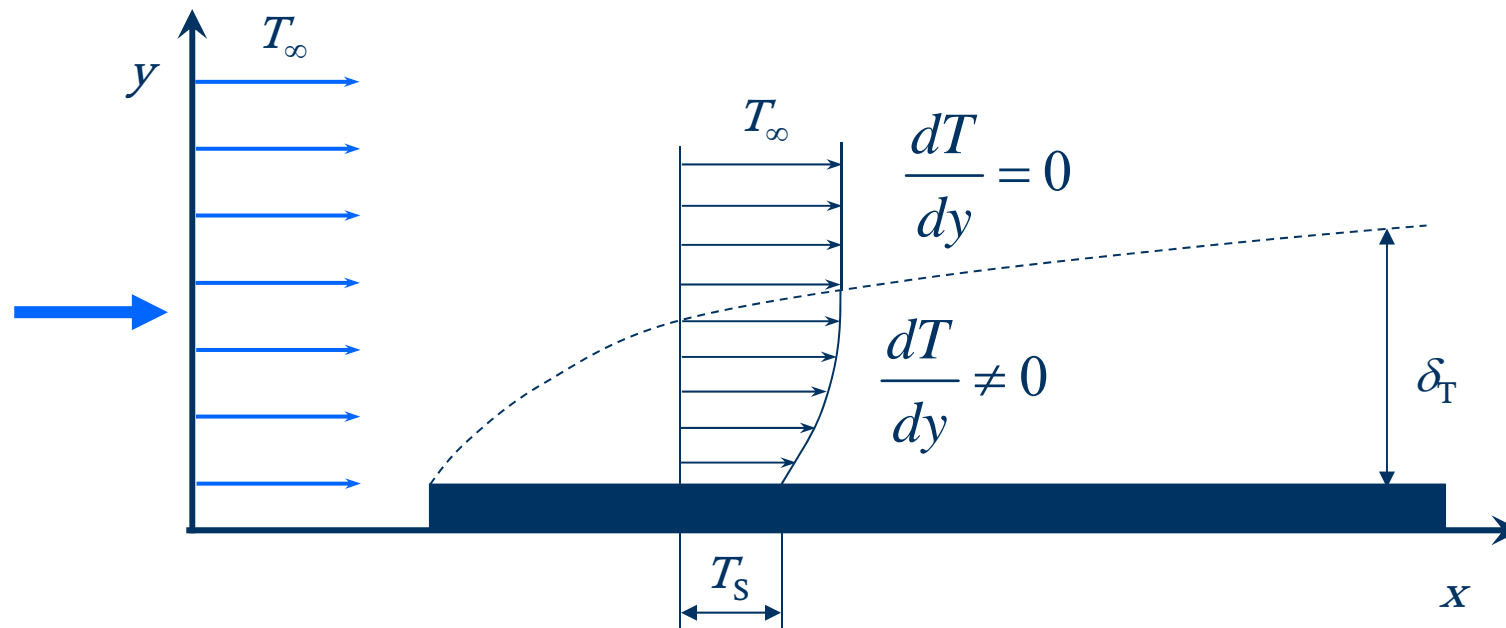
Hidrodinamički granični sloj

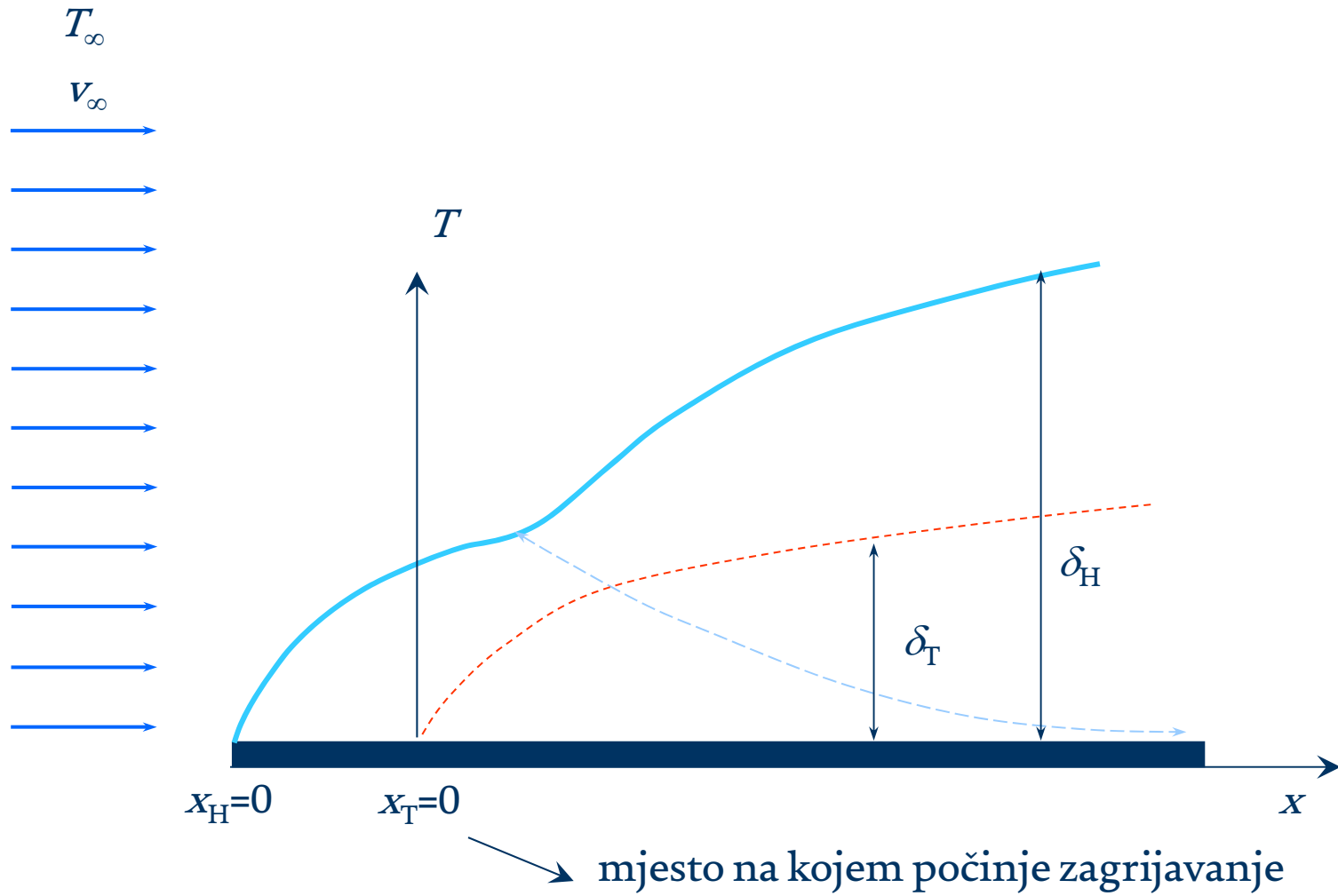
- u struji fluida brzina i temperatura su stalne, v_∞ , T_∞
- zbog viskoznih sila stvara se tanki sloj uz stjenku unutar kojeg postoji određeni profil brzina



Toplinski granični sloj

- analogno hidrodinamičkom graničnom sloju
- sloj fluida uz stjenku unutar kojeg postoji određeni temperaturni profil
- debljina sloja je vrlo mala u odnosu na debljinu stjenke pa se kondukcija duž sloj može zanemariti





Newtonov zakon

- Količina topline koja se uklanja s jedinične površine tijela u jediničnom vremenu proporcionalna je razlici temperatura između tijela i okoliša. Konstanta proporcionalnosti je koeficijent prijelaza topline, α , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$.

$$\frac{dT}{dt} = k \cdot \Delta T$$

$$\frac{T(t) - T_{ok}}{T_0 - T_{ok}} = e^{-k \cdot t}$$



$$q = \alpha \cdot (T_S - T_{ok})$$

Jednadžba prijenosa topline

- u mirujućem sloju fluida gustoća toplinskog toka može se izračunati korištenjem Fourierove jednadžbe:

$$q_S = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

- uz Newtonov zakon može se izračunati koeficijent prijelaza topline, α :

$$\alpha = -\frac{\lambda}{T_S - T_F} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

jednadžba prijenosa topline sa stjenke na fluid i obrnuto

- prijenos topline konvekcijom opisuje se sustavom diferencijalnih jednadžbi koje su rješive uz određene geometrijske, početne i granične uvjete
- nepoznate varijable mogu se procijeniti eksperimentalno
- da bi se utvrdio utjecaj procesnih parametara na svojstva procesa sva druga svojstva i parametri moraju se održavati konstantnim
- problem \rightarrow (*scale-up*) \rightarrow prenošenje rezultata sa laboratorijskog na industrijsko mjerilo
- \rightarrow korištenjem teorije sličnosti

bezdimenzijske varijable

- nezavisne varijable: x, y
- zavisne varijable: T, v_x, v_y
- konstante: $T_\infty, v_\infty, t_0, \ell_0, v, a, g, T_S, \dots$
- zavisne varijable ovise o mnogim veličinama koje su funkcije nezavisnih varijabli i konstanti
- bezdimenzijske varijable

$$X = \frac{x}{\ell_0} \quad Y = \frac{y}{\ell_0} \quad V_x = \frac{v_x}{v_\infty} \quad V_y = \frac{v_y}{v_\infty} \quad \theta = \frac{T}{T_S}$$

bezdimenzijske značajke

- kod prijenosa topline konvekcijom najznačajnije je definirati koeficijent prijelaza topline, α :

$$\alpha = f(\rho, \nu, d, \eta, \lambda, \beta, c_p, T, \dots)$$

- korištenje dimenzijske analize
- grupiranje parametara u bezdimenzijske značajke

Najčešće korištene bezdimenzijske značajke

- Nuseltova značajka
$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot \ell}{\lambda}$$
- Reynoldsova značajka
$$\text{Re} = \frac{v \cdot \ell \cdot \rho}{\eta}$$
- Prandtlova značajka
$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$$
- Grashoffova značajka
$$\text{Gr} = \frac{\beta \cdot g \cdot \ell^3 \cdot \Delta T}{\nu^2}$$
- Stantonova značajka
$$\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot v}$$

- za kapljevine:

- prirodna konvekcija:

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr})$$

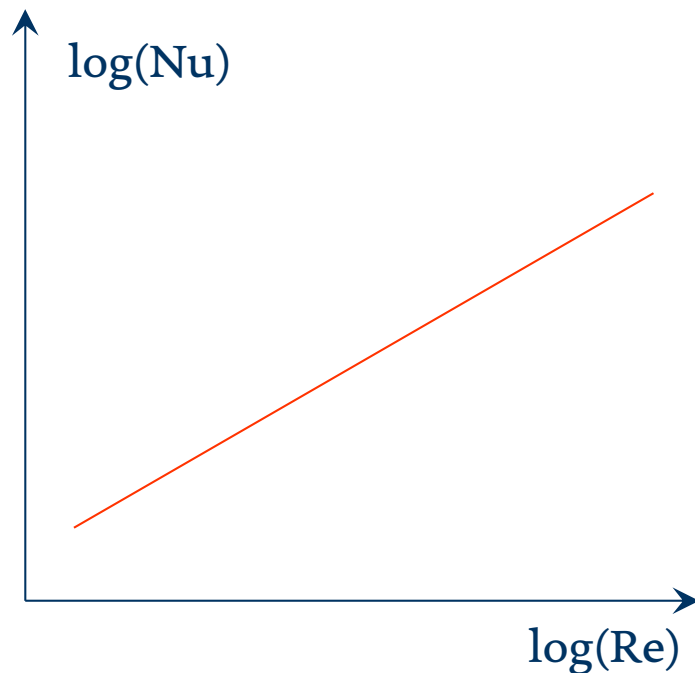
- prisilna konvekcija:

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

- za plinove:

$$\text{Nu} = f(\text{Re})$$

- grafičko određivanje koeficijenata u korelacijskoj jednažbi



$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$$

$$\text{Nu} = c \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Pr}^n$$

$$\text{Nu} = c \cdot \text{Re}^m$$

$$\log(\text{Nu}) = \log(c) + m \cdot \log(\text{Re})$$

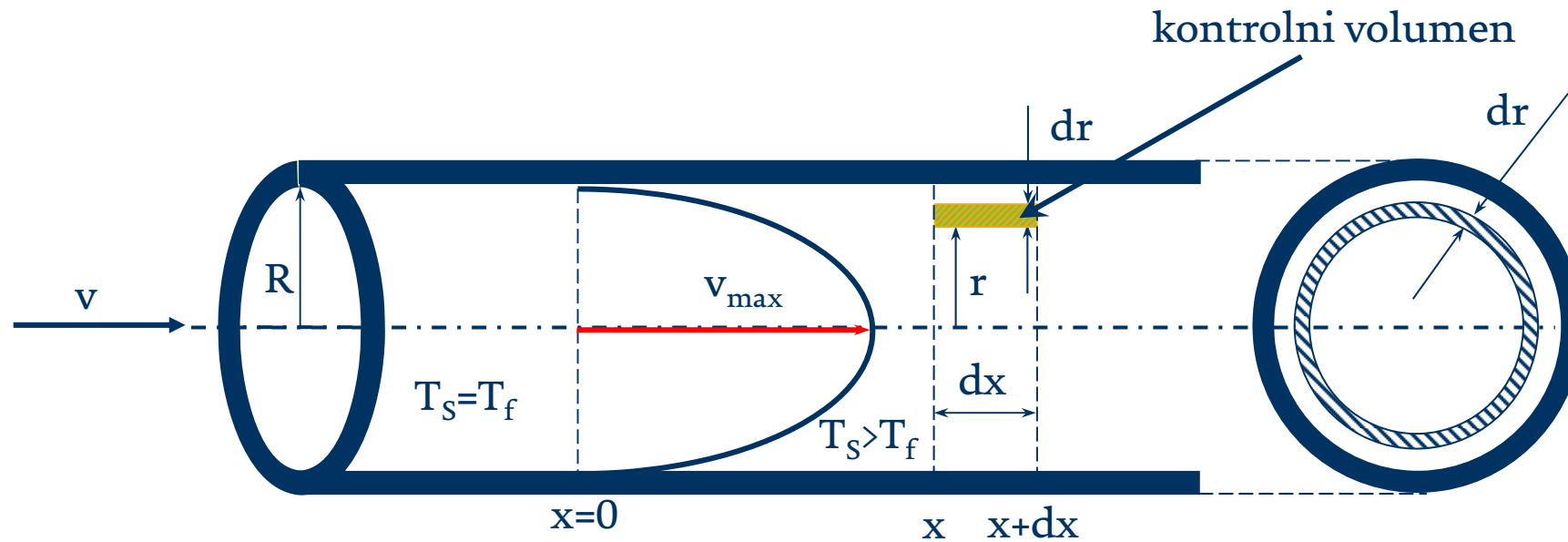
$$m = \text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Prisilna konvekcija

- najznačajniji proces prijenosa topline konvekcijom je grijanje ili hlađenje fluida koji struji kroz cijev → izmjenjivači topline
- laminarno i turbulentno strujanje
- $Re_{cr} = 2300$

Prijelaz topline pri laminarnom toku kroz cijev

- viskozna kapljevina koja laminarno struji
- kapljevina se zagrijava preko čvrste stijenke
- zanemaruje se kondukcija u aksijalnom smjeru i toplina nastala viskoznom disipacijom



- najčešće korištena korelacijska jednačba za konvekcijski prijenos topline kod laminarnog strujanja → SIEDER-TATE-ova jednačba

$$\text{Nu} = 1,86 \cdot \left(\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \frac{d}{\ell} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\eta}{\eta_s} \right)^{0,14}$$

- korelacijske jednadžbe izvedene na temelju eksperimentalnih podataka i dimenzijske analize

- DITTUS-BOELTER
$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n$$

- $n=0.4$ za grijanje, $n=0.3$ za hlađenje
- svojstva fluida za srednju aritmetičku temperaturu
- $Re > 10^4$
- $0.7 < Pr < 100$

■ COLBURN

- $Re > 10^4$
- $0.7 < Pr < 160$
- $l/D > 60$

$$St = 0,023 \cdot Re^{-0,2} \cdot Pr^{-2/3}$$

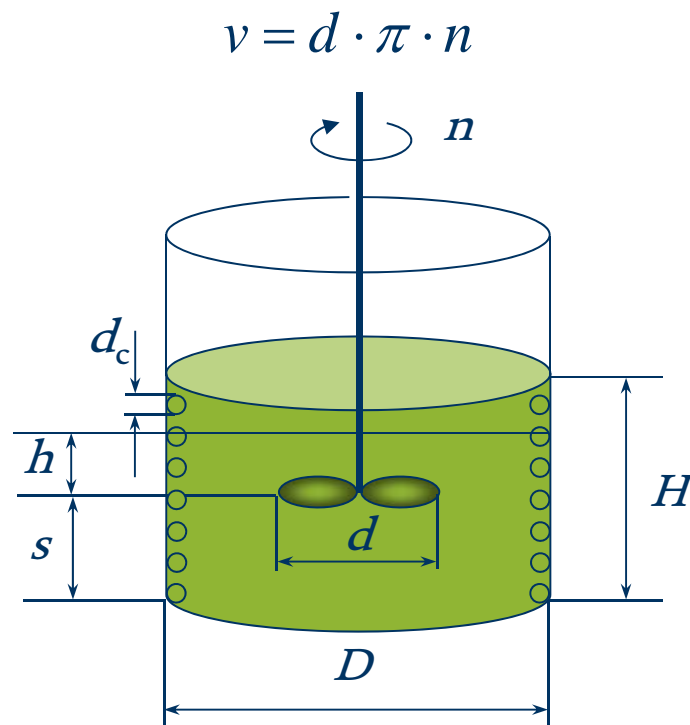
■ SEIDER-TATE

- $Re > 10^4$
- $0.7 < Pr < 17000$
- $l/D > 60$

$$St = 0,023 \cdot Re^{-0,2} \cdot Pr^{-2/3} \cdot \left(\frac{\eta_F}{\eta_S} \right)^{0,14}$$

Prijenos topline u mješalici

- ovisi o vrsti strujanja izazvanog miješanjem
- male brzine miješanja → mali prijenos topline



$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{geometrije})$$

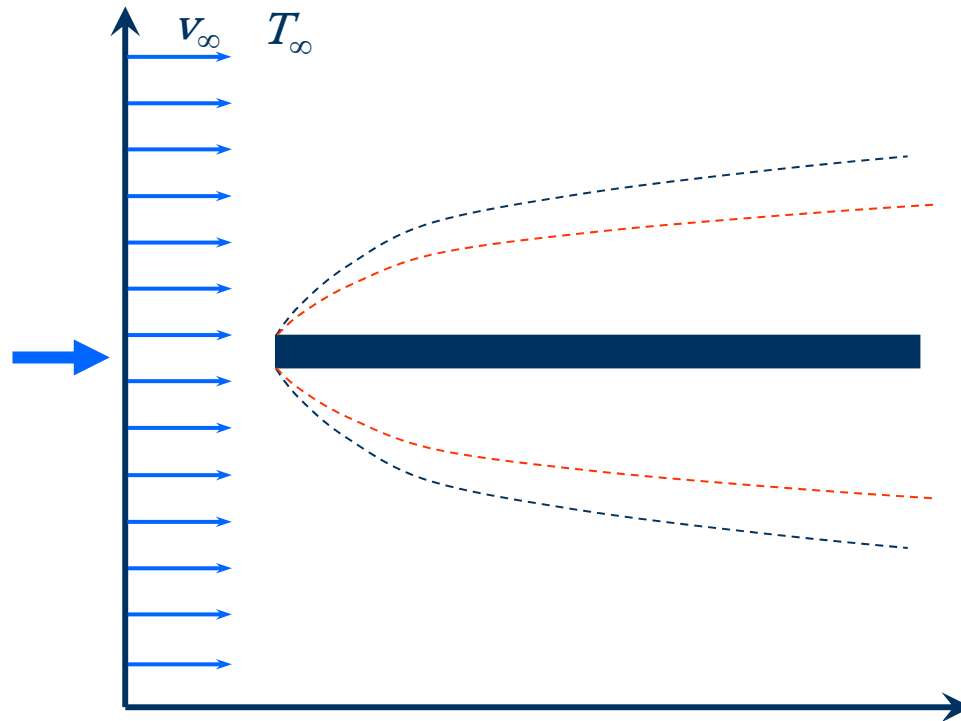
$$\text{Nu} = \text{Re}_m^{1/2} \cdot \text{Pr}^{1/3} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{D}{x}\right)^{1/2}$$

$$\text{Nu} = \text{Re}_m^{0,8} \cdot \text{Pr}^{1/3} \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^{0,8}$$

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_{\text{sr}} \cdot d}{\lambda} = 0,75 \cdot \text{Re}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\eta_f}{\eta_s}\right)^{0,14}$$

Prijenos topline pri strujanju fluida oko zapreke (optjecanje)

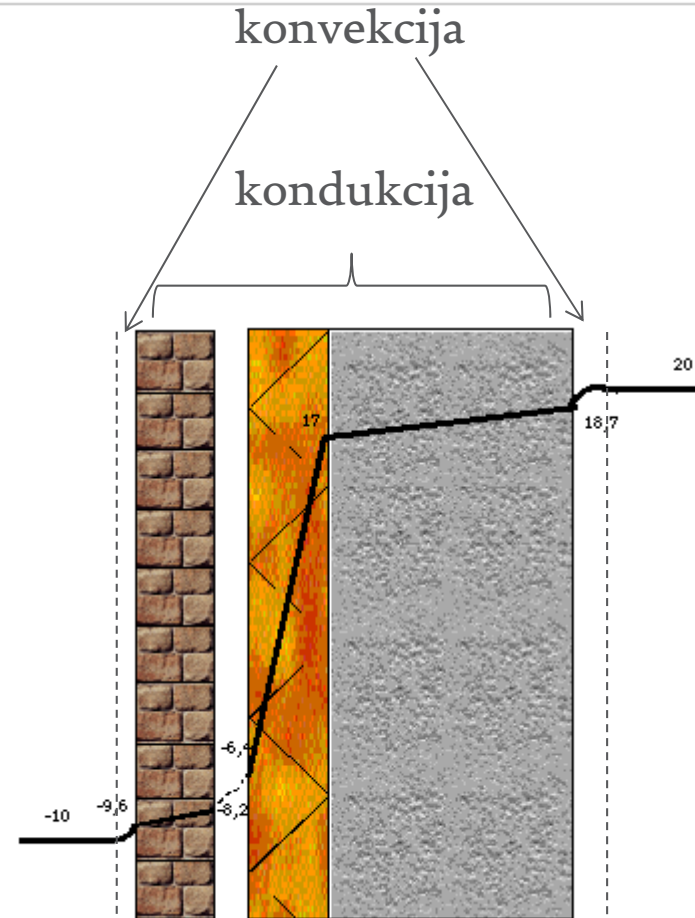
$$Nu = \frac{1}{k} \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$$



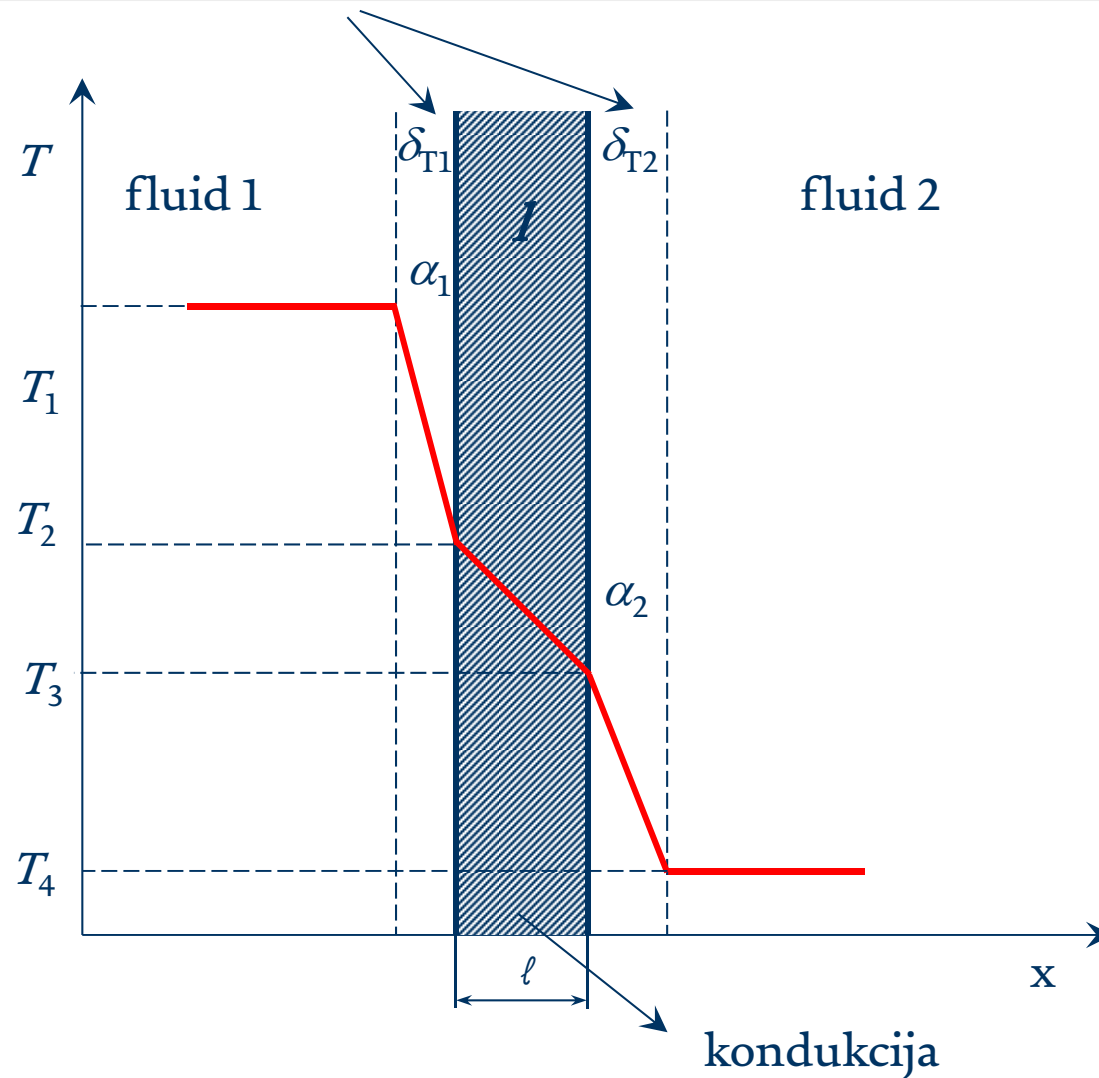
- debljina hidrodinamičkog graničnog sloja se mijenja, pa će se mijenjati i debljina toplinskog graničnog sloja
- najveći otpori na mjestu gdje fluid nastruji na tijelo

Prolaz topline

- prijenos topline sa jednog fluida na drugi pri čemu su fluidi odvojeni čvrstom stjenkom (nisu u direktnom kontaktu)
- kombinacija kondukcijskog i konvekcijskog mehanizma prijenosa topline



konvekcija



-
- uz čvrstu stjenku stvara se granični sloj
 - uz stjenku → najveći otpori i ostvaruje se najveći pad temperature

 - mehanizmi prijenosa topline:
 - sa fluida na stjenku → KONVEKCIJA
 - kroz stjenku → KONDUKCIJA
 - sa stjenke na fluid → KONVEKCIJA

-
- gustoća toplinskog toka: $q = K \cdot \Delta\bar{T}$
 - količina topline: $\dot{Q} = K \cdot A \cdot \Delta\bar{T}$
 - K – koeficijent prolaza topline, $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
 - A – površina izmjene topline, m^2
 - $\Delta\bar{T}$ – srednja pokretačka sila procesa, K

Koeficijent prolaza topline

- definira se kao recipročna vrijednost sume svih otpora prisutnih u sustavu

$$K = \frac{1}{\sum_i R_i}$$

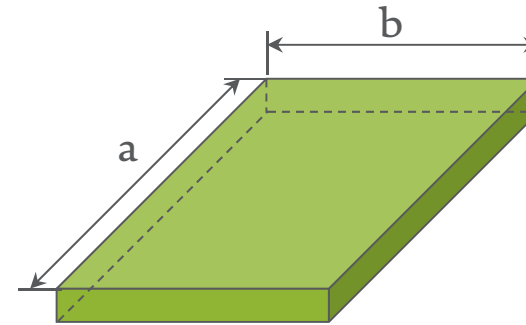
$$K = \frac{1}{\sum_j R_{konv.j} + \sum_k R_{kond.k} + \sum_l R_{fl}}$$

$$R_{konvekcijski} = \frac{1}{\alpha} \quad R_{kondukcijski} = \frac{\ell}{\lambda} \quad R_f$$

- α , koeficijent prijelaza topline, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
- λ , koeficijent toplinske vodljivosti, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
- R_f , Fouling faktor – otpori naslaga

- za prijenos topline preko ravne plohe, površina izmjene topline jednaka je:

$$A = a \cdot b$$



- Topla i hladna ploha jednakih su površina, pa se može pisati:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_v} + \frac{L}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u}}$$

MJERODAVNA POVRŠINA IZMJENE TOPLINE KOD VALJKA

- potrebno je odrediti mjesto na kojem se javlja najveći otpor
- ukupno prenesena toplina jednaka je toplini prenesenoj na mjestu najvećeg otpora (najsporiji proces)
- osnova za definiranje mjerodavne površine izmjene topline

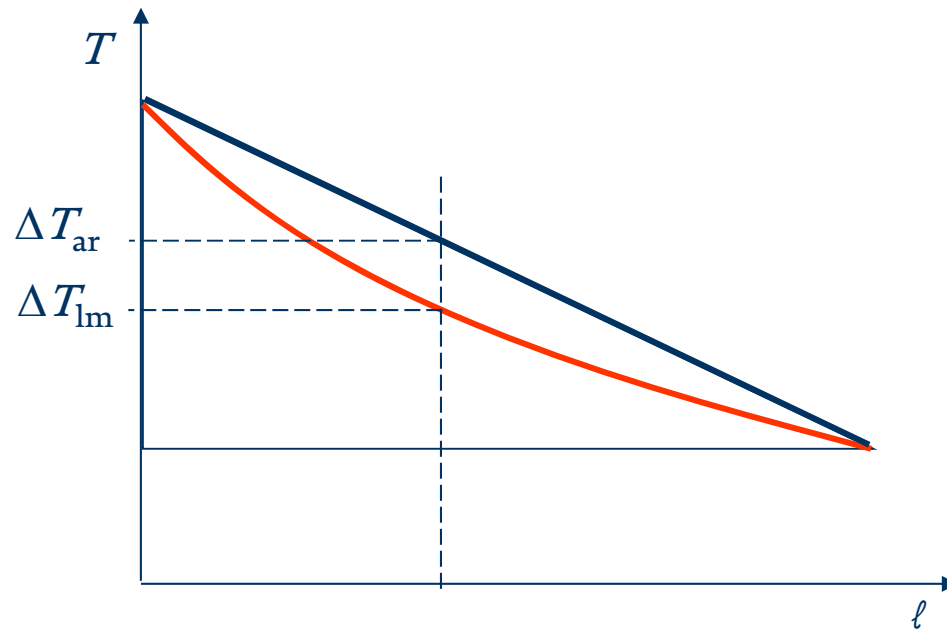
- npr. kod cijevnog izmjenjivača topline:
- u kinetičku je jednadžbu potrebno uvrstiti površinu uz koju se nalazi najveći otpor prijenosu topline

- vanjska površina cijevi $A_v = 2 \cdot \pi \cdot D_v \cdot L$

- unutarnja površina cijevi $A_u = 2 \cdot \pi \cdot D_u \cdot L$

- srednja površina
$$A_{lm} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (r_v - r_u) \cdot L}{\ln\left(\frac{r_v}{r_u}\right)}$$

Aritmetička i logaritamska razlika temperatura



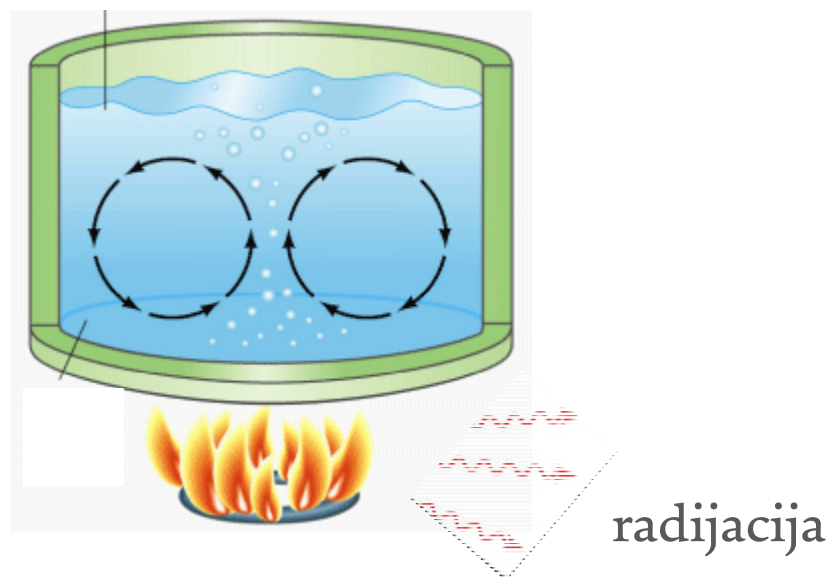
$$\Delta T_{ar} = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)}$$

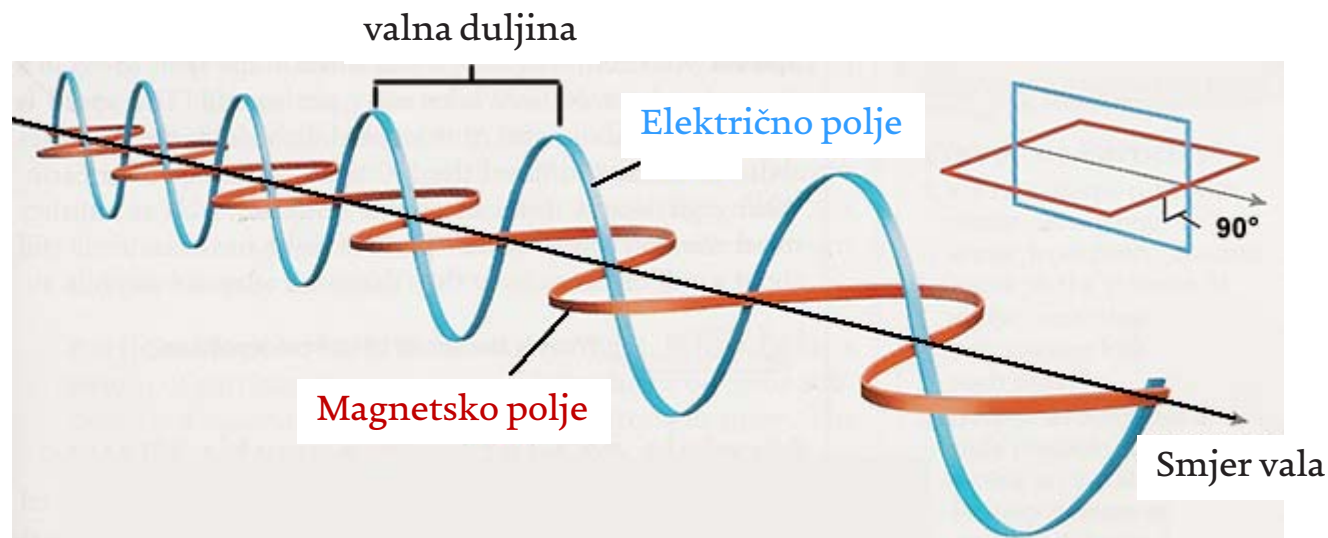
$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} > 0,5$$

$$\Delta T_{lm} \approx \Delta T_{ar}$$

Prijenos topline zračenjem



- toplinsko zračenje je direktna posljedica kretanja atoma i molekula sastavljenih od nabijenih čestica → gibanje rezultira elektromagnetskim zračenjem koje odvodi energiju od površine

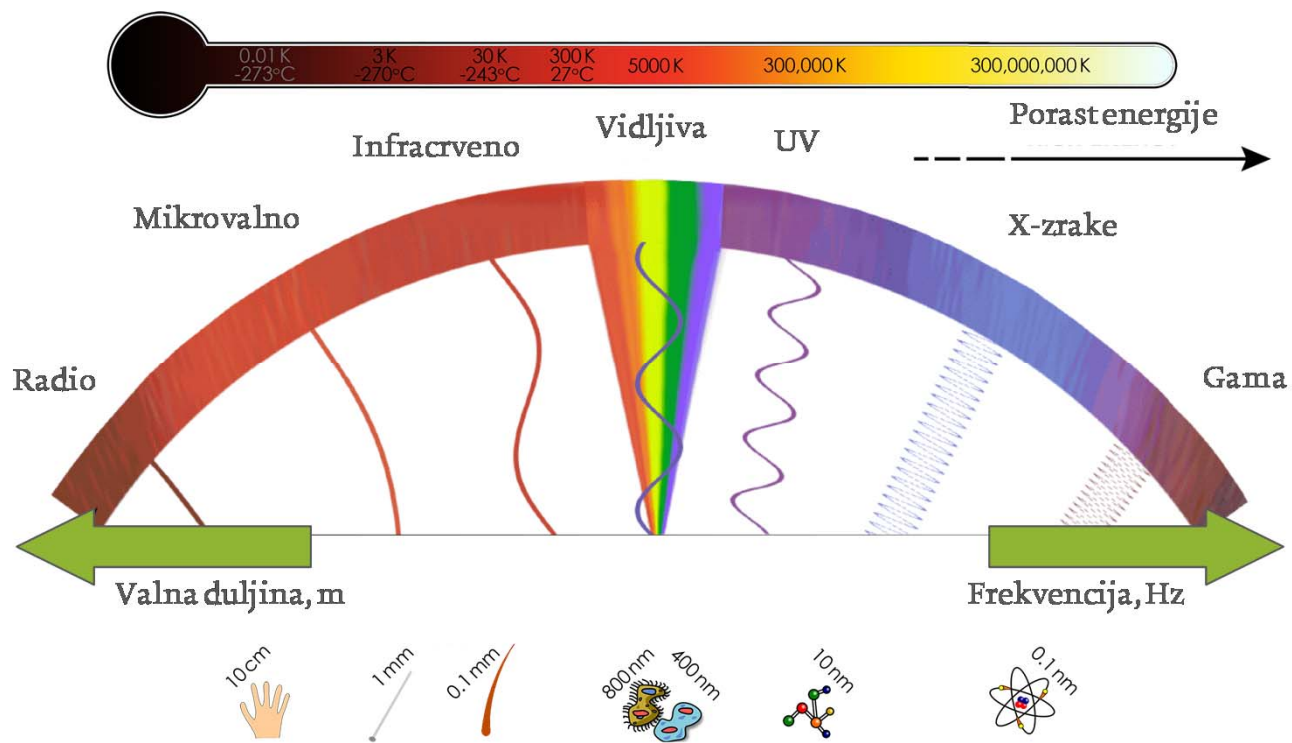


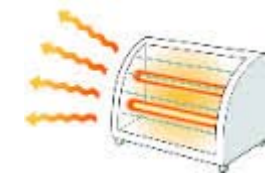
Priroda radijacije

- prijenos energije zračenjem u odnosu na kondukciju i konvekciju ima nekoliko jedinstvenih karakteristika
- nije potreban medij → medij usporava zračenje
- količina i kvaliteta zračenja ovise o temperaturi
- kod kondukcije i konvekcije količina prenesene topline ovisi o razlici temperatura
- kod zračenja ovisi i o temperaturi i o razlici temperatura
- kvaliteta zračenja toplijeg tijela biti će drugačija od kvalitete zračenja hladnijeg tijela
- boja užarenih tijela mijenja se s temperaturom → promjena optičkih svojstava zračenja s temperaturom važna kod određivanja količine izmijenjene topline između dva tijela

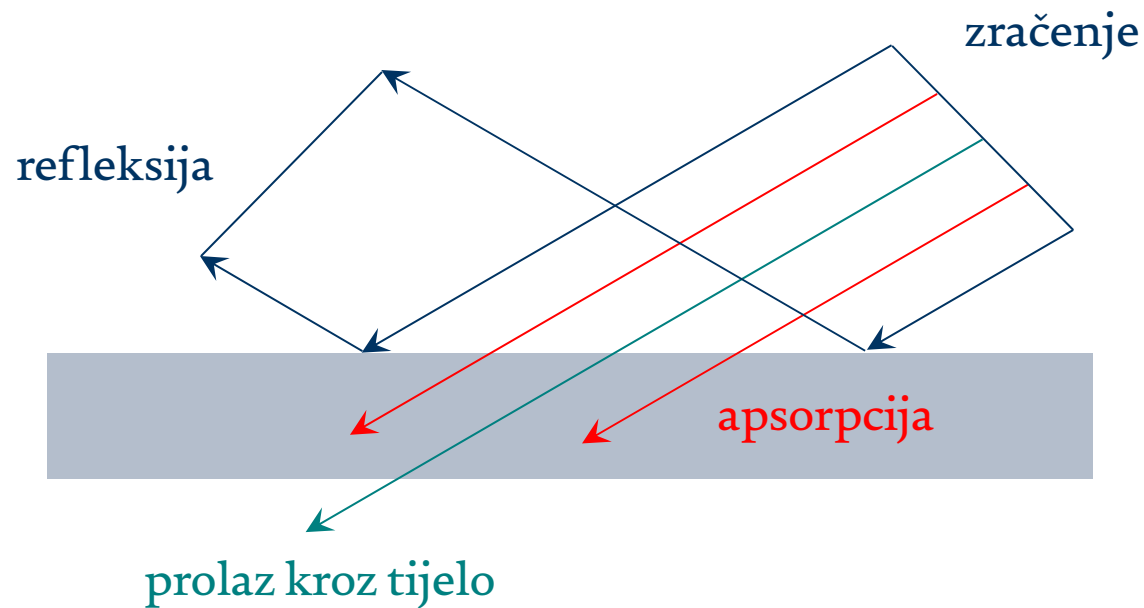
- elektromagnetsko zračenje koje emitira tijelo zbog svoje temperature → toplinsko zračenje
- prenosi se brzinom svjetlosti, $c=3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ $c = \lambda \cdot \nu$
- λ – valna duljina, μm , cm , Å ($1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ cm}$)
- ν – frekvencija
- toplinsko zračenje: $0,1 < \lambda < 100 \mu\text{m}$
- zračenje posjeduje svojstva slična česticama i svojstva valova
- ne postoje analogije prijenosu tvari i količine gibanja

Elektromagnetski spektar





- tijelo može toplinsko zračenje apsorbirati, reflektirati ili propustiti
- apsorbirani dio je odgovoran za promjenu temperature



- a – apsorpcijski faktor
 - r – refleksijski faktor
 - d – faktor propusnosti ili dijatermije
- $$\dot{Q} = \dot{Q}_A + \dot{Q}_R + \dot{Q}_P$$
- $$a + r + d = 1$$
- količina energije koja zračenjem dolazi na neko tijelo, Q
 - $a \cdot Q$ – apsorbirani dio energije
 - $r \cdot Q$ – reflektirani dio energije
 - $d \cdot Q$ – propušteni dio energije

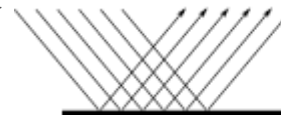
$$a + r + d = 1$$

$a = 1$ – apsorpcija zračenja

- Crno tijelo

$r = 1$ – refleksija zračenja

- Zrcalno tijelo – pravilna refleksija
- Bijelo tijelo – difuzna refleksija



$d = 1$ – propuštanje zračenja

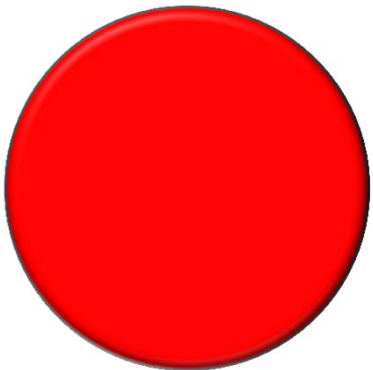
- Prozračno tijelo

$a + r = 1$ – Apsorpcija i refleksija

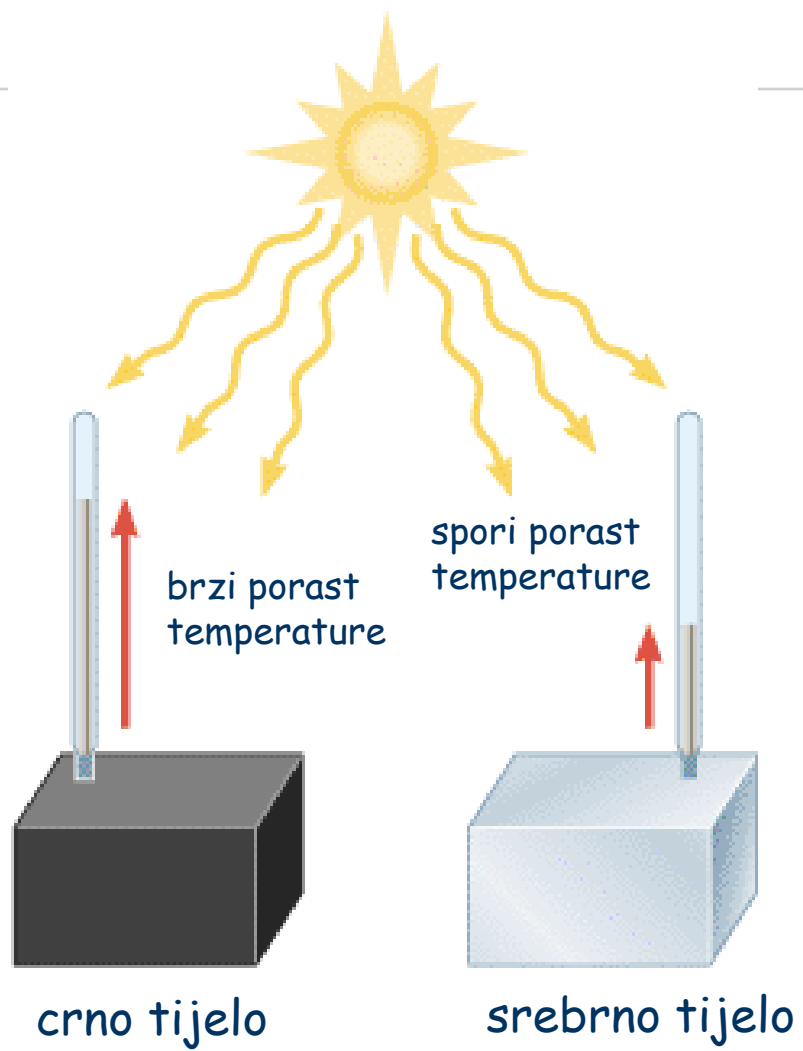
- Kapljevine i čvrsta tijela - nepropusne



- SIVA TIJELA → apsorbiraju jednaki udio zračenja na svim valnim duljinama

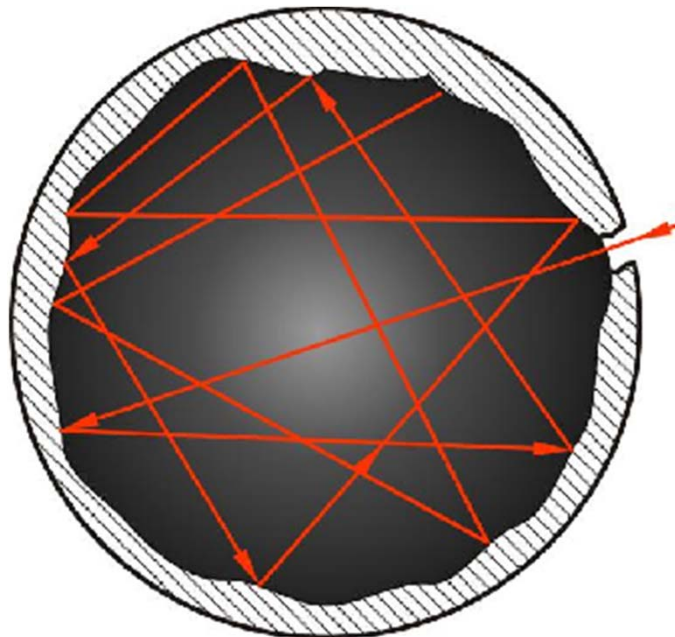


- OBOJENA TIJELA → prispjelo zračenje apsorbiraju različito po valnim duljinama



Zračenje crnog tijela

- kod neke temperature, crno tijelo zrači najveću moguću energiju
- u prirodi ne postoji apsolutno crno tijelo
- zračenje crnog tijela može se simulirati malim otvorom u izotermnom tijelu



Planckov zakon

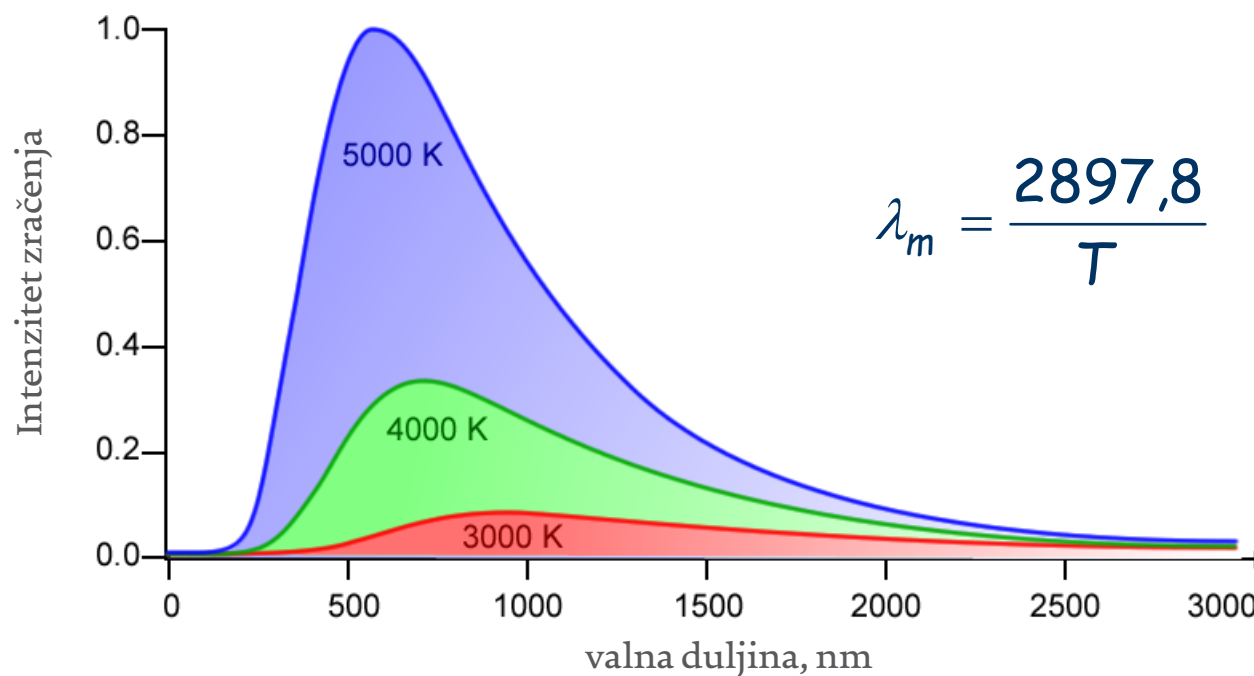
- raspodjela intenziteta zračenja crnog tijela opisuje se Planckovim zakonom
- intenzitet zračenja apsolutno crnog tijela ovisi o temperaturi i valnoj duljini
- $c_1 = 3,7413 \cdot 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4\text{m}^{-2}$
- $c_2 = 1,4388 \cdot 10^4 \mu\text{mK}$
- λ – valna duljina, μm
- T – temperatura, K

konstantne zračenja crnog tijela

$$I_0 = \frac{c_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\left(\frac{c_2}{\lambda \cdot T} \right)} - 1 \right)}$$

Wienov zakon pomaka

- nejednolika raspodjela zračenja crnog tijela po spektru valnih duljina
- porastom temperature maksimalni intenzitet zračenja pomiče se u područje nižih valnih duljina



Stefan-Boltzmanov zakon zračenja

- vlastita emitirana energija crnog tijela raste s četvrtom potencijom njegove termodinamičke temperature

$$q_0 = \sigma_0 \cdot T^4 \qquad q_0 = c_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

- Stefan-Boltzmanova konstanta $\sigma = 5,667 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$
- c_0 – koeficijent zračenja crnog tijela, $c_0 = 5,77 \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$

Zračenje sivog tijela

- $a+r=1$
- kod dane temperature siva tijela apsorbiraju i emitiraju manje energije od crnog tijela ($a=1$)

$$\varepsilon = \frac{q(T)}{q_0(T)} \qquad \varepsilon = \frac{c \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4}{c_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4} \qquad c = \varepsilon \cdot c_0$$

ε – emisijski faktor

$$q = c \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 = \varepsilon \cdot c_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

Kirchoffov zakon

- Kirchoffov zakon definira odnos emitirane i apsorbirane energije
- odnos emitirane i apsorbirane energije je konstantan i jednak energiji emisije apsolutno crnog tijela

$$\frac{q}{a} = q_0 = C_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

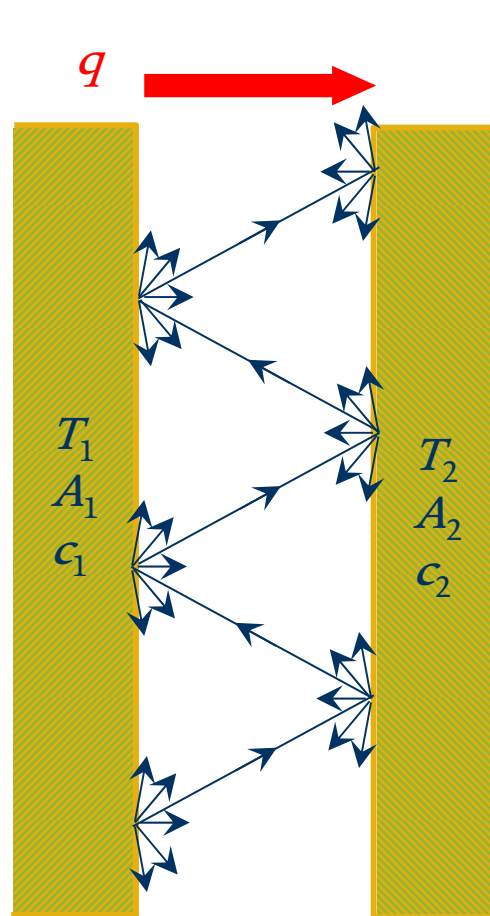
$$\frac{q}{q_0} = a = \varepsilon$$

- kod necrnih tijela emisijski faktor ovisi o kutu zračenja zaokrenutog od normale, β
- prosječni emisijski faktor
- emisijski faktor ovisi o vrsti materijala, svojstvima njegove površine i o temperaturi
- ε_n – prosječni emisijski faktor u smjeru normale
- sjajne metalne površine $\varepsilon = 1,2 \cdot \varepsilon_n$
- nemetalne glatke površine $\varepsilon = 0,95 \cdot \varepsilon_n$
- hrapave površine $\varepsilon = 0,98 \cdot \varepsilon_n$

Izmjena topline zračenjem

- dva ili više tijela izmjenjuju toplinu zračenjem
- i toplo i hladno tijelo zrače, ali izmijenjeni toplinski tok uvijek ide s toplijeg na hladnije tijelo
- na izmijenjeni toplinski tok utječe i međusobni položaj ta dva tijela

Izmjena topline između dvije bliske paralelne plohe



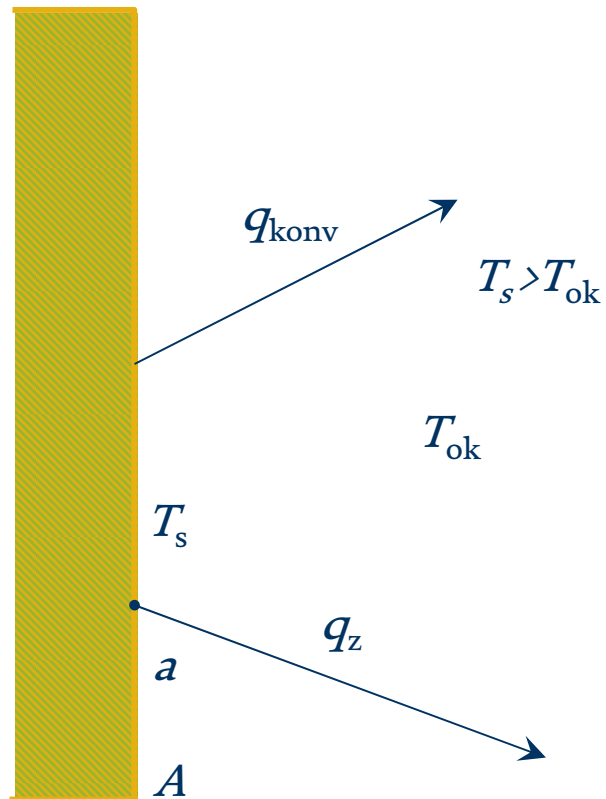
$$q = q_1 - q_2 = c_1 \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - c_2 \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4$$

$$q = C_{12} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Ukupni koeficijent prijelaza topline



- konvekcija i radijacija istovremeno

$$\alpha_{uk} = \alpha_k + \alpha_{zr}$$

- površina konvekcijski predaje (ili prima) toplinu okolišu i zračenjem drugom tijelu

- ukupna količina topline,

$$\dot{Q}_{uk} = \dot{Q}_k + \dot{Q}_{zr}$$

$$q_{zr} = \varepsilon \cdot c_0 \cdot \left[\left(\frac{T_p}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_z}{100} \right)^4 \right]$$

$$q_k = \alpha_z \cdot (T_p - T_z)$$

$$q = (T_P - T_Z) \cdot \left\{ \alpha_z + \varepsilon \cdot c_0 \left[\frac{\left(\frac{T_P}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_Z}{100} \right)^4}{(T_Z - T_P)} \right] \right\}$$